

УДК 004.056.55: 535.14:621.396.624
DOI: 10.18799/29495407/2025/2/90
Шифр специальности ВАК: 2.3.1

Динамическая модель оптического канала системы квантового распределения ключей в среде MATLAB Simulink

К.И. Чуков✉, В.А. Фаерман, Д.В. Курков, Е.В. Антропов

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Россия, г. Томск

✉naskot99@yandex.ru

Аннотация. *Актуальность* исследования обусловлена тем обстоятельством, что задача совершенствования алгоритмов постобработки распределяемой по оптическому каналу ключевой информации, а равно и планирование архитектуры квантовых сетей требуют для своего решения реалистичных данных. Получение таких данных в рамках натурных или полунатурных экспериментов затруднительно и ресурсозатратно. Альтернативным решением является применение имитационной модели канала, созданию которой посвящена данная работа. *Цель* состоит в исследовании возможности построения практически применимой динамической имитационной модели оптического канала системы квантового распределения ключей, учитывающей искажения световых импульсов в оптоволоконной линии. *Объектом* исследования выступает оптический канал системы квантового распределения ключей. *Методы* исследования состоят в применении математического аппарата теории радиотехнических сигналов в сочетании со структурным моделированием в среде MATLAB Simulink. *Результатом* исследования является созданная и исследованная динамическая модель квантового канала системы квантового распределения ключей, её ограничения, а также предложенный путь их преодоления, состоящий в применении дискретно-событийного подхода к моделированию.

Ключевые слова: квантовое распределение ключей, MATLAB Simulink, квантовый канал, оптический канал, хроматическая дисперсия

Для цитирования: Динамическая модель оптического канала системы квантового распределения ключей в среде Matlab Simulink / К.И. Чуков, В.А. Фаерман, Д.В. Курков, Е.В. Антропов // Известия Томского политехнического университета. Промышленная кибернетика. – 2025. – Т. 3. – № 2. – С. 24–35. DOI: 10.18799/29495407/2025/2/90

UDC 004.056.55: 535.14: 621.396.624
DOI: 10.18799/29495407/2025/2/90

Dynamic model of an optical channel for a quantum key distribution system in MATLAB Simulink

K.I. Chukov✉, V.A. Fayerman, D.V. Kurkov, E.V. Antropov

Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Tomsk, Russian Federation

✉naskot99@yandex.ru

Abstract. *Relevance.* Improving post-processing algorithms for key information transmitted via optical channels, as well as planning the architecture of quantum networks require realistic data. Obtaining such data through full-scale or semi-physical experiments is challenging and resource-intensive. An alternative solution is the use of a simulation-based channel model, the development of which is the focus of this work. *Aim.* To explore the feasibility of developing a practically applicable dynamic simulation model of the optical channel in a quantum key distribution system, taking into account the distortion of light pulses in a fiber-optic line. *Object.* Quantum channel of the quantum key distribution systems. *Methods.* Mathematical framework of radio signal theory combined with structural modeling in the MATLAB Simulink environment. *Results.* A model of a quantum channel of a QKD system has been implemented, validated and made publicly available.

Keywords: quantum key distribution, MATLAB Simulink, quantum channel, fiber-optic communication line, chromatic dispersion

For citation: Chukov K.I., Fayerman V.A., Kurkov D.V., Antropov E.V. Dynamic model of an optical channel for a quantum key distribution system in MATLAB Simulink. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Industrial Cybernetics*, 2025, vol. 3, no. 2, pp. 24–35. DOI: 10.18799/29495407/2025/2/90

Введение

Квантовое распределение ключей (КРК) – передовая технология, которая с каждым днём становится всё более актуальной по причине развития квантовых вычислений и возрастающей угрозы компрометации существующих систем криптографической защиты информации, опирающихся на асимметричные алгоритмы шифрования [1–3]. В связи с этим множество организаций, как государственных, так и коммерческих, проектируют и внедряют различные системы КРК. Примерами этого является создание междуниверситетской квантовой сети в городе Томске [4], а также консорциум по развитию квантовых коммуникаций на базе инфраструктуры РЖД [5].

Фундаментальные принципы квантовой физики, заложенные в технологию КРК, позволяют гарантировать конфиденциальность и целостность передаваемых данных. Однако это применимо только к идеальным системам КРК, которые в силу строгих теоретико-информационных оснований не могут быть успешно атакованы злоумышленниками. Однако на практике в подобных системах имеет место ряд не учтённых в идеализированных выкладках особенностей, одна из которых заключается в том, что по квантовому каналу передаются не строго однофотонные квантовые состояния, а слабые оптические импульсы [6]. Поскольку квантовый канал может находиться вне границ доверенной зоны, именно эта часть системы наиболее подвержена несанкционированному воздействию. Таким образом, для оценки угроз деструктивного воздействия на квантовый канал полезно формально описать протекающие в нём процессы с учётом хотя бы некоторых их физических особенностей.

Компьютерное физическое моделирование как инструмент позволяет с определенной точностью описать интересующие исследователя особенности работы как системы в целом, так и отдельных её подсистем, что открывает возможности для решения ряда практически значимых задач. В частности, для оценки пропускной способности сегмента квантовой сети на этапе её проектирования [7]. В информационной безопасности такие модели могут применяться для оценки рисков [8], исследования средств защиты информации [9, 10], а также имеют важное значение при исследовании и разработке алгоритмов постобработки распределённой ключевой последовательности [11].

Целью работы является построение динамической модели квантового канала систем КРК. Ожи-

даемым результатом работы является модель, учитывающая влияние таких физических эффектов, как потеря слабых оптических импульсов в канале, ограничение на предельную частоту их следования, обусловленное влиянием хроматической дисперсии [12].

Материалы и методы

Для того чтобы предложить модель квантового канала в первом приближении, необходимо определить минимальную структуру системы КРК, представленную на рис. 1.



Рис. 1. Структурная схема системы КРК, состоящая из передатчика, квантового канала и приёмника

Fig. 1. Structural diagram of a quantum key distribution (QKD) system consisting of a transmitter, quantum channel and receiver

В качестве среды моделирования был выбран MATLAB Simulink. Такой выбор обусловлен, прежде всего, наличием библиотек и инструментов, реализующих широкий набор методов обработки сигналов, в том числе в рамках парадигмы динамического моделирования. В ходе реализации модели нами были использованы библиотеки DSP System Toolbox, Signal Processing Toolbox.

Источник оптического излучения

В преобладающем количестве установок КРК используется многократно ослабленное лазерное излучение [13–16]. Применение лазеров не гарантирует однофотонности излучаемых импульсов и требует рассмотрения того факта, что злоумышленник может реализовать атаку с разделением числа фотонов (Photon-number-splitting – PNS) и при этом не быть обнаруженным [17].

Известно, что энергия одиночного импульса, излучаемого лазером, подчиняется нормальному закону распределения. Поскольку энергия в импульсах монохроматических лазеров пропорциональна числу формирующих их фотонов, число последних можно также считать распределённым нормально. Так как изначально число фотонов в

импульсе велико, для уменьшения их количества используются attenuаторы, которые вносят одинаковую и постоянную вероятность потери фотона. Выходная мощность лазера с учётом последующей аттенуации описывается формулой

$$P = P_0 \cdot 10^{-0,1 \cdot \alpha_{att}}, \quad (1)$$

где P_0 – начальная мощность излучения лазера, Вт; α_{att} – параметр аттенуации.

Согласно [6] для определения мощности $P_{вх}$ лазерного излучения на входе в оптоволоконную линию, при которой в импульсах будет требуемое среднее число фотонов, используется следующее выражение:

$$P_{вх} = \frac{c \cdot f \cdot h \cdot \mu}{\lambda}, \quad (2)$$

где c – скорость распространения светового сигнала в оптоволоконном кабеле; f – частота следования лазерных импульсов; h – постоянная Планка; λ – центральная длина волны лазерного излучения.

Распределение среднего числа фотонов в импульсе на выходе аттенуатора носит вероятностный характер и при малой интенсивности приблизительно описывается статистикой Пуассона [18]:

$$p(n, \mu) = \frac{\mu^n \cdot e^{-\mu}}{n!},$$

где $p(n, \mu)$ – вероятность появления в импульсе n фотонов; μ – математическое ожидание числа фотонов в импульсе.

Модель источника излучения, опирающаяся на представленные выше закономерности, предложена, например, в [19] и использована для демонстрации возможности определения злоумышленника в канале по изменению статистики распределения энергии принимаемых импульсов.

При реализации модели некоторые параметры источника излучения могут не рассматриваться по тем или иным причинам. В частности, в [20, 21] при описании лазера учитываются только следующие параметры:

- длина волны оптического излучения лазера, нм;
- длительность лазерных импульсов, пс;
- мощность лазерного излучения, мВт;
- частота следования лазерных импульсов, МГц.

Затем на основе этих параметров вычисляется среднеквадратическое отклонение длины волны излучения, предельное учитываемое отклонение длины волны излучения, диапазон длин волн излучения, период следования импульсов, энергия лазерного импульса, энергия фотона излучения, демонстрирующее влияние флуктуаций параметров системы под влиянием случайных помех. Таким образом, авторы получают информацию о спектре оптического сигнала и отклонении длины волны излучения лазера от типового значения.

Волновой пакет

Для описания лазерного излучения в [22] используется модель волнового пакета, а базовая форма импульсов принимается как гауссиан [21, 23, 24]. Использование функции Гаусса для формального описания финитного оптического сигнала объясняется тем, что её спектр также является гауссианом [25], что существенно упрощает рассуждения и расчёты. Основываясь на том, что волновой пакет представляет собой гармоническое электромагнитное колебание, ограниченное во времени, то есть фактически радиоимпульс [24], в рамках модели его удобно представить как произведение гармонического колебания и функции Гаусса:

$$E(t) = A \cdot \cos\left(\frac{2\pi c}{\lambda} \cdot (t - t_0) + \varphi\right) \cdot e^{-\left(\frac{t-t_0}{\tau}\right)^2},$$

где $E(t)$ – направление колебаний; A – амплитуда, связанная с мощностью источника и частотой следования импульсов, В/м; $2\pi c/\lambda$ – центральная частота, рад/с; φ – фаза; τ – постоянная времени, с; t_0 – временное смещение, то есть момент достижения пика импульсом, с.

Необходимо отметить, что локализованность волнового пакета во времени свидетельствует о том, что распространяемое излучение не может быть строго монохроматическим, что обуславливает искажения и изменения скорости распространяемых волн в диспергирующих средах [24].

Оптическая линия передачи

Для передачи квантовых состояний используется квантовый канал, который обычно представляет собой волоконно-оптическую линию связи (ВОЛС). При передаче информационных сигналов в среде передачи любого типа неизбежно присутствуют потери мощности сигнала. [26] Ослабление, как и уширение импульсов под влиянием хроматической дисперсии необходимо учитывать при проектировании для определения максимального расстояния передачи между передатчиком и приемником [27].

Физические к затуханию оптического сигнала приводит рассеяние и поглощение света частицами среды, присутствующими в тракте его распространения [28]. В инженерной практике для того, чтобы учитывать влияние этих явлений в совокупности, используется эмпирически определяемый коэффициент затухания сигнала, который принято рассматривать как одну из характеристик оптического кабеля [26].

При распространении оптического сигнала по ВОЛС его мощность экспоненциально уменьшается с расстоянием [26]

$$P_{вых}(z) = P_{вх} \cdot 10^{-0,1 \cdot \alpha \cdot z}, \quad (3)$$

где $P_{\text{вх}}$ – входная оптическая мощность, Вт; α – коэффициент затухания (дБ/км); z – расстояние (км).

Применяя (3) к слабым оптическим импульсам, число фотонов в которых невелико, несложно получить формулу для оценки вероятности p рассеивания фотона при прохождении через ВОЛС

$$p = 1 - 10^{-0,1\alpha \cdot z}. \quad (4)$$

Прохождение через канал каждого из фотонов можно рассматривать как независимое событие, которое происходит с вероятностью $1-p$. Таким образом, для того чтобы учесть потери в канале, в ходе моделирования достаточно имитировать для каждого фотона в импульсе случайный исход такого события.

Уширение сигнала во времени на приёмнике связано с эффектом дисперсии. Деструктивное влияние, которое выражается в том, что вследствие взаимного наложения импульсов друг на друга становится невозможной их независимая регистрация [29]. Последнее имеет место как в телекоммуникационных системах, так и в системах КРК. На практике влияние дисперсии обуславливает физические ограничения на предельную частоту передачи импульсов, несущих информационные элементы.

В ВОЛС выделяют межмодовую, поляризационную и хроматическую дисперсии. Межмодовая дисперсия возможна только в многомодовом оптическом волокне, которое не представляет интерес в настоящей работе, поскольку не используется для реализации квантовых каналов [30]. Поляризационная дисперсия оказывает существенное влияние при скорости передачи свыше 10 Гбит/с [29], однако в современных системах КРК частота следования оптических импульсов редко превышает 1,25 ГГц, и соответственно скорость передачи обычно ограничена 1,25 Гбит/с [31], поэтому поляризационной дисперсией можно пренебречь в контексте данной работы.

Хроматическая дисперсия возникает из-за того, что скорость распространения различных хроматических компонент импульса меняется при изменении их соответствующих длин волн [29]. Так же, как и для оценки затухания сигнала, для оценки искажения из-за хроматической дисперсии используется эмпирический коэффициент хроматической дисперсии. Для того чтобы учесть с его помощью влияние хроматической дисперсии вносится фазовая задержка самой медленной компоненты относительно самой быстрой:

$$\varphi(\omega) = \varphi_0(\omega) + \Delta\lambda \cdot \beta \cdot z \cdot \omega, \quad (5)$$

где $\varphi_0(\omega)$ – начальное фазовое смещение сигнала на частоте ω , рад; β – коэффициент хроматической дисперсии, с/(нм·км); $\Delta\lambda$ – разность между длиной

волны в нм, которая соответствует текущей частоте, и длиной волны, для которой определяется коэффициент β для ВОЛС; z – протяженность ВОЛС, км.

Преимуществом (5) является то, что оно позволяет относительно легко учесть искажения сигнала, который представлен своим спектром. Однако оно применимо лишь для импульсов, имеющих узкую частотную локализацию, поскольку предполагает, что фазовая разница между «быстрыми» и «медленными» частотными компонентами не превышает 2π . Дальнейшая верификация модели продемонстрировала, что такое допущение является не вполне приемлемым, поскольку существенно ограничивает применимость модели, делая её непрacticной. Непосредственное альтернативное решение состоит в наложении эффекта хроматической дисперсии во временной области и потребует вычисления свёртки, что негативно отразится на быстродействии. Возможные пути решения этой проблемы обсуждаются в заключении.

Приёмник оптического излучения

Фотоприёмники представляют собой устройства, предназначенные для регистрации оптических сигналов. В системах КРК используются однофотонные лавинные фотодиоды (ОЛФД) и сверхпроводниковые однофотонные детекторы на основе сверхпроводящих нанопроволок (СОДН) [32].

Особенность СОДН заключается в том, что для достижения ими пиковой производительности требуется охлаждение до сверхнизких температур. Это с одной стороны обеспечивает низкий уровень случайных срабатываний в отсутствии сигнала и высокую вероятность регистрации одиночных фотонов, но с другой стороны подобные установки являются громоздкими, дорогостоящими и непрacticными [33].

Детектирование оптических сигналов с применением ОЛФД предполагает применение или гейгеровского, или линейного режимов работы. Гейгеровский режим предполагает помещение оптоэлектронного элемента на границу устойчивости, вследствие чего он реагирует скачкообразным повышением напряжения даже на попадание одиночного фотона в результате действия положительной обратной связи. Однако при этом диод утрачивает возможность регистрировать новые импульсы до того момента, пока он не вернётся в положение равновесия вследствие изменения приведённого к нему напряжения. Кроме этого, имеют место ложные срабатывания, обусловленные лавинным процессом, инициированным предыдущим срабатыванием [32, 34]. В линейном режиме напряжение на диоде пропорционально числу фотонов в принятом им оптическом импульсе [34]. Недостатком линей-

ного режима является низкая чувствительность к одиночным фотонам.

По функциональным характеристикам ОЛФД уступают СОДН, однако первые не требуют криогенной техники, сверхнизких температур и имеют существенно меньшие габариты, а следовательно, могут быть размещены в стандартных серверных стойках, из-за чего являются основным видом приёмника оптического излучения в коммерческих системах КРК [31].

Моделирование фотоприёмника является нетривиальной задачей, поэтому в рамках данной модели было принято решение считать, что приёмник работает в линейном режиме, а выходной сигнал приёмника считать пропорциональным энергии поступающих импульсов. Для оценки последней используется фильтр скользящего среднего, применяемый к квадрату принимаемого сигнала. Задача реализации более достоверной модели приёмника оптического излучения будет решаться в рамках будущей исследовательской работы.

Моделирование и верификация

Представленные в предыдущем разделе зависимости были положены в основу модели приёмно-передающего тракта типовой системы КРК в среде моделирования MATLAB Simulink, показанной на рис. 2. Декомпозиция компонентов модели и их описание приводится далее.

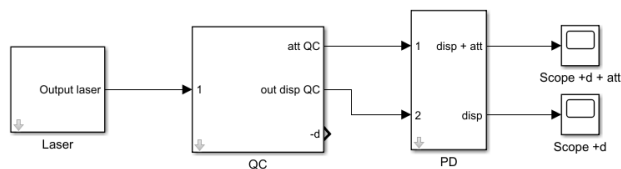


Рис. 2. Структурная схема модели в среде MATLAB Simulink
 Fig. 2. Structural diagram of the model in MATLAB Simulink

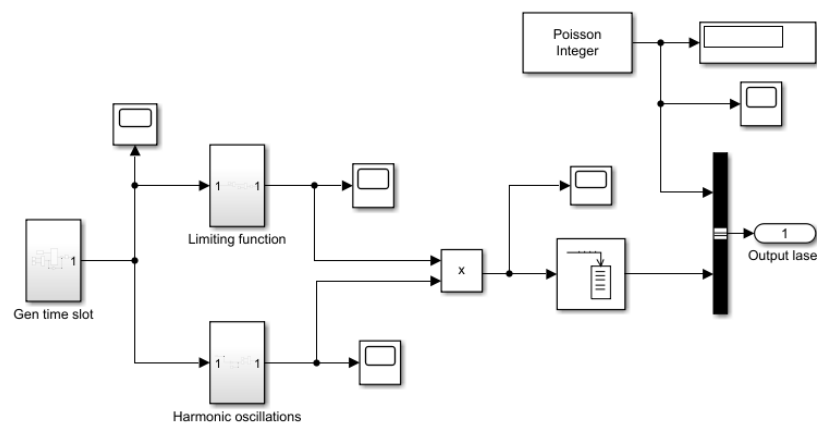


Рис. 3. Подсистема генерации лазерных импульсов в среде MATLAB Simulink
 Fig. 3. Laser pulse generation subsystem in MATLAB Simulink

Подсистема генерации лазерных импульсов

Подсистема генерации лазерных импульсов имитирует источник фотонов в системах КРК. Каждый импульс описывается финитным сигналом, представленным гармоническим колебанием, ограниченным огибающей. Частота гармонического сигнала определяется длиной волны λ , которая связана с хроматическими характеристиками лазера, и временным параметром τ , связанным с длительностью генерируемых лазером импульсов. Энергия сигнала, а соответственно и уровень электрического напряжения связаны с количеством фотонов, излучённых в импульсе. При определении числа излучаемых фотонов используется генератор случайных чисел, распределённых по Пуассону. Математическое ожидание распределения μ связано с мощностью лазера и параметра аттенюации и определяется согласно (1) и (2) следующим соотношением

$$\mu = P_0 \cdot 10^{-0,1 \cdot \alpha_{att}} \cdot \frac{\lambda}{c \cdot f \cdot h}.$$

Декомпозиция подсистемы генерации импульсов представлена на рис. 3. Блок «Gen time slot» используется для задания базовых временных интервалов, связанных длительностью с единичным импульсом и единичным межимпульсным интервалом.

Данный блок, исходя из частоты следования импульсов f и длительности импульса τ , определяет период дискретизации и соответственно число дискретных отсчётов на базовый интервал, обеспечивающий достаточное разрешение по частоте.

Блок «Harmonic oscillations» генерирует гармоническое колебание, которое ограничивается огибающей, из блока «Limiting function». Блок «Poisson Integer» генерирует и включает в описывающую импульс структуру данных число фотонов.

Примеры генерируемых волновых пакетов приведены на рис. 4. Колебание представлено без привязки к реальному уровню сигнала. Последний определяется числом фотонов, составляющих импульс, и центральной длиной волны.

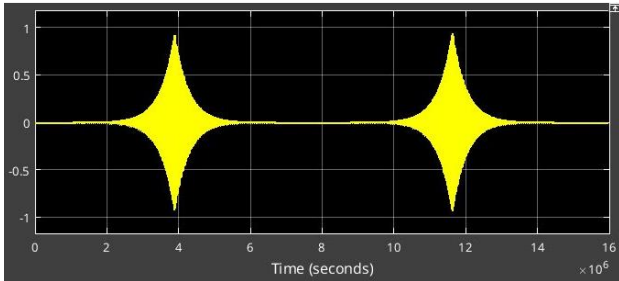


Рис. 4. Пример волнового пакета, сгенерированного в модели. Длина волны света составляет 1550 нм. Длительность импульса составляет 0,5 нс. Единица времени на графике равна $1,3 \cdot 10^{-15}$ с (определяется в блоке «Gen time slot» исходя из параметров задачи)

Fig. 4. Example of a waveform generated within the model, corresponding to a wavelength of 1550 nm and a pulse duration of 0.5 ns. Base time unit on the graph equals $1,3 \cdot 10^{-15}$ s (defined in the «Gen time slot» block based on the model parameters)

Подсистема детектирования лазерных импульсов

Для имитации приёма лазерных импульсов создана подсистема, воспроизводящая с некоторой детализацией ОЛФД в линейном режиме, поскольку напряжение на выходе приёмника в этом случае можно считать пропорциональным энергии принятого оптического сигнала. Из теории сигналов известно [25], что энергия сигнала пропорциональна усреднённому за некоторый интервал наблюдения значению его мощности. Для импульсных сигналов

интервал наблюдения должен быть связан с длительностью импульса, которая определяется постоянной времени τ . Для оценки энергии сигнала используется блок, реализующий фильтр скользящего среднего из библиотеки DSP System Toolbox.

Декомпозиция подсистемы детектирования представлена на рис. 5. На рис. 6 представлены выходы подсистемы. Сигнал, представленный временным рядом, поступает со входа – 1. Мощность сигнала масштабируется в соответствии с числом фотонов, достигнувших приёмника, приводимым ко входу – 2.

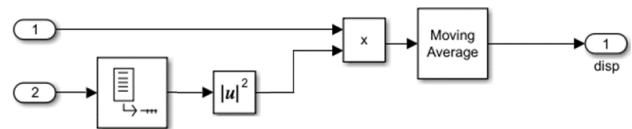
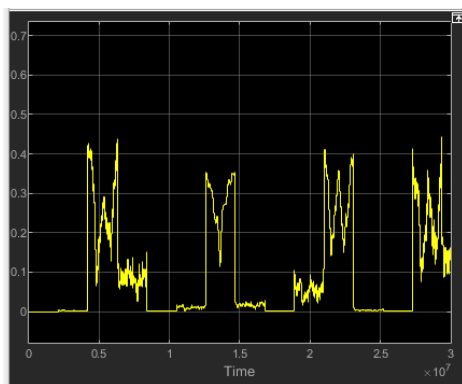


Рис. 5. Подсистема детектирования лазерных импульсов в среде MATLAB Simulink

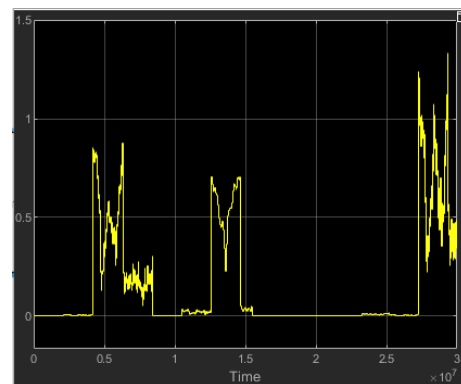
Fig. 5. Subsystem for detecting laser pulses in MATLAB Simulink

Форма импульсов, представленных на рис. 6, не является физически достоверной, поскольку определяется выбором интервала усреднения в фильтре. В свою очередь, неидентичность формы импульсов на рис. 6, а может объясняться как эвристическим выбором длительности интервала, так и алгоритмом прореживания точек при построении графиков в Matlab.

На рис. 6, б заметно отсутствие третьего импульса, представленного на рис. 6, а. Это обусловлено случайной генерацией так называемого «пустого» импульса в соответствии с распределением Пуассона. Аналогичным образом более высокий уровень четвёртого импульса на рис. 6, б объясняется случайным попаданием в импульс дополнительного фотона.



а/а



б/б

Рис. 6. Сигнал на выходе детектора импульсов: а) без учёта числа принятых фотонов; б) с учётом числа принятых фотонов. Длины волн света составляет 1550 нм. Длительность импульса составляет 0,5 нс. Единица времени на графике равна $1,3 \cdot 10^{-15}$ с

Fig. 6. Signal at the detector: а) not adjusted with the number of the received photons; б) adjusted with the number of the received photons. Wavelength is of 1550 nm. Pulse duration is of 0.5 ns. Base time unit on graphs equals $1,3 \cdot 10^{-15}$ s

Подсистема моделирования квантового канала

Подсистема моделирования квантового канала имитирует ослабление и искажение формы оптического импульса при прохождении по линии связи. Предложенная реализация учитывает эффекты потери сигнала за счёт рассеивания и поглощения оптоволокном, а также влияние хроматической дисперсии.

Декомпозиция подсистемы моделирования канала представлена на рис. 7. Блок «Attenuation» реализует ослабление сигнала в соответствии с заданным коэффициентом погонного затухания β . Поскольку уровень фактического сигнала определяется числом фотонов, то оно и подаётся на его вход. Реализация события потери фотона определяется независимо для каждого кванта в соответствии с вероятностью (4).

Блок «Dispersion» имитирует влияние эффекта хроматической дисперсии. Эффект накладывается на сигнал в частотной области в соответствии с (5). Для получения спектра сигнала используется блок быстрого преобразования Фурье «FFT». Ширина окна преобразования задаётся глобальной переменной, которая определяется в подсистеме генерации лазерных импульсов на этапе задания параметров модели. После наложения эффекта дисперсии спектр сигнала преобразуется обратно к динамической форме с помощью блока обратного преобразования Фурье «IFFT».

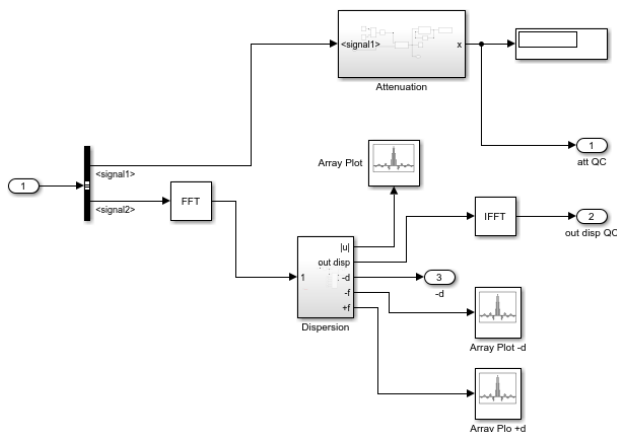


Рис. 7. Подсистема моделирования квантового канала в среде MATLAB Simulink

Fig. 7. Subsystem of quantum channel modeling in MATLAB Simulink

Верификация модели

Для верификации модели была проведена серия экспериментов, направленных на оценку адекватности отклика системы в зависимости от длины ВОЛС. Моделировалось прохождение сигнала через одномодовое волокно типа «А» (G.652D) при

длине волны 1550 нм и коэффициенте хроматической дисперсии 18 пс/(нм·км). Характеристики лазера принимались согласно представленным в технической документации [35].

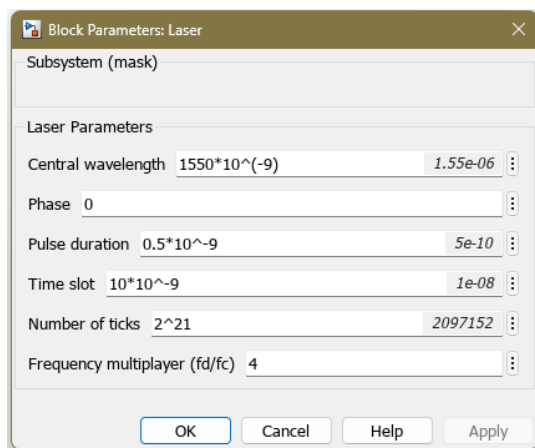
Параметры моделирования задавались через специально разработанный графический пользовательский интерфейс, представленный на рис. 8. Помимо физических характеристик моделируемой системы, интерфейс позволяет манипулировать разрешением в частотных преобразованиях путём задания отношения частоты дискретизации к центральной частоте импульса. Увеличение коэффициента приводит к повышению числа отсчётов в окне преобразования Фурье, что, хотя и приводит к увеличению точности расчётов, связано также с нелинейным усложнением вычислительной задачи и увеличением времени симуляции.

Результаты моделирования, выполненного для линий длиной 0, 0,01, 0,1 и 1 м, представлены на рис. 9. Видно, что под влиянием хроматической дисперсии форма импульсов на выходе модели приёмника искажается, причём характер и масштаб искажений зависит от уровня влияния дисперсии и, следовательно, от протяжённости линии. Однако необходимо отметить, что характер искажений, за исключением наблюдаемого уширения импульса, не несёт полезной информации о моделируемом объекте в силу условности принятой модели детектора.

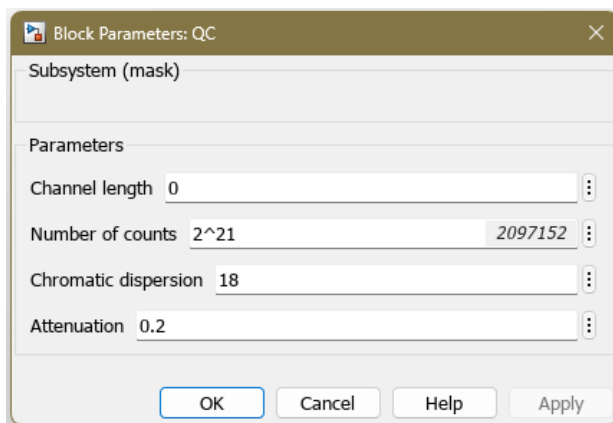
В ходе экспериментов было установлено, что рассматриваемая модель имеет ограничение на максимальную длину канала, обусловленное наложением эффекта хроматической дисперсии в частотной области. Для того чтобы применение такого преобразования для оценки эффекта уширения импульсов было адекватным, необходимо чтобы разность фазового смещения $\Delta\varphi$ между левой и правой границами спектра импульса ω_l и ω_r не превышала 2π :

$$\Delta\varphi = \Delta\lambda \cdot \beta \cdot z \cdot (\omega_r - \omega_l) \leq 2\pi.$$

При нарушении этого условия спектральное представление сигнала не способно адекватно отражать вносимые хроматической дисперсией временные задержки между различными спектральными компонентами сигнала. Определение границ спектра носит условный характер и определяться долей энергии импульса, сосредоточенной в ограниченном спектральном диапазоне [25]. Для выбранных параметров лазера и коэффициента хроматической дисперсии, в соответствии с выражением (5), модель сохраняет адекватность при описании влияния линии протяженностью в единицы метров.



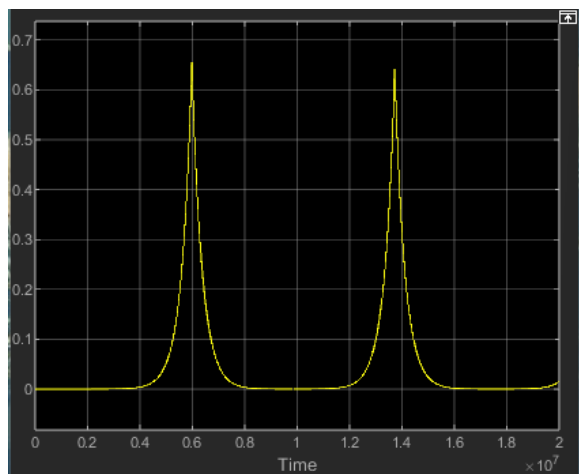
а/а



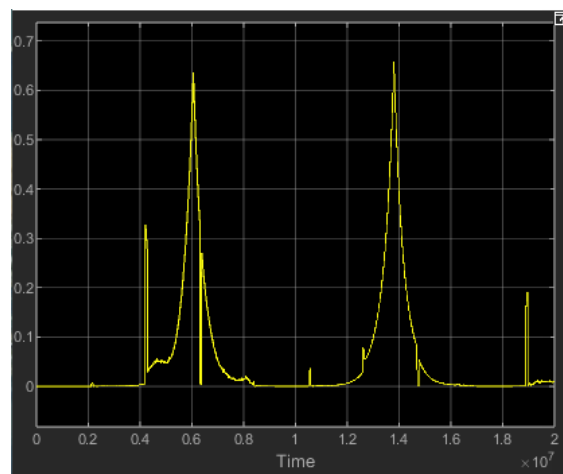
б/б

Рис. 8. Графический интерфейс для задания параметров задачи и моделирования: а) установка параметров источника импульсов; б) установка параметров оптоволоконной линии

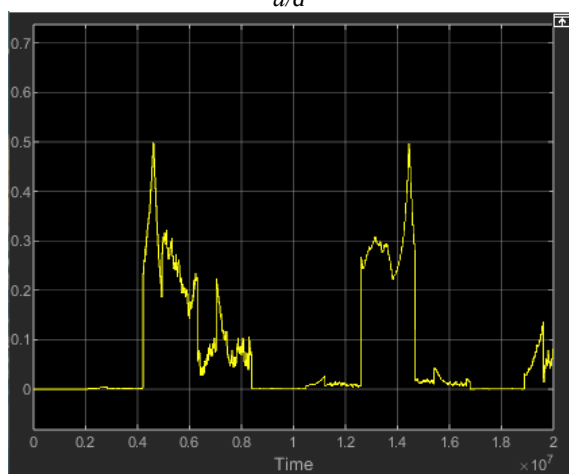
Fig. 8. Graphical interface for setting task parameters and simulation: а) configuring pulse source parameters; б) configuring optical fiber line parameters



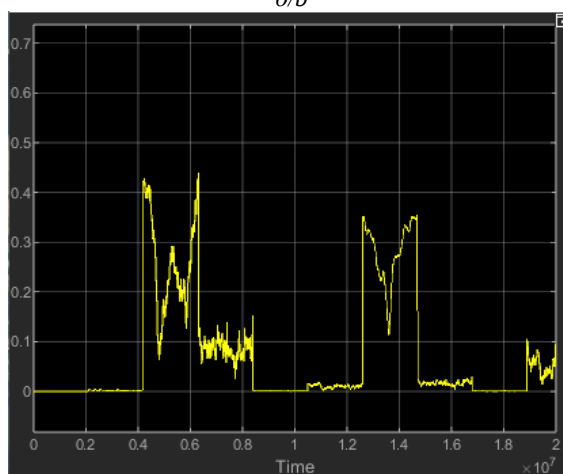
а/а



б/б



в/в



г/г

Рис. 9. Сигнал на выходе модели детектора импульсов, прошедших через оптоволоконную линию протяженностью, м: а) 0; б) 0,01; в) 0,1; г) 1. Длина волны света составляет 1550 нм. Длительность импульса составляет 0,5 нс. Единица времени на графике равна $1,3 \cdot 10^{-15}$ с

Fig. 9. Signal at the detector after passing through a channel with a length of: а) 0; б) 0.01; в) 0.1; г) 1 m. Wavelength is of 1550 nm. Pulse duration is of 0.5 ns. Base time unit on graphs equals $1.3 \cdot 10^{-15}$ s

Заключение

Опыт построения и верификации динамической модели оптического канала сегмента сети КРК показал ряд проблем, связанных с таким подходом. Во-первых, применение эффекта хроматической дисперсии к спектру сигнала в частотной области приводит к ограничению предельной разницы фазового сдвига между спектральными низкочастотными и высокочастотными компонентами в спектре сигнала. Это ограничивает применение такой модели только теми ситуациями, когда спектр сигнала является узким, что означает высокую продолжительность и низкую частоту генерации импульсов, или же когда длина оптоволоконной линии мала. К сожалению, подобными случаями далеко не исчерпываются практически значимые сценарии предварительного исследования конфигурации оптических трактов сетей КРК, для которых потенциально предназначается модель.

Во-вторых, потребность в точном динамическом описании сигнала требует выбора временного масштаба, сопоставимого по порядку с длительностью полупериода гармонического колебания на центральной частоте сигнала. Это приводит к тому, что для описания одного импульса приходится использовать временной ряд, содержащий множество дискретных отсчётов сигнала. Поскольку обработка каждого импульса связана с манипуляциями в частотной области, которые реализуется посредством прямых и обратных быстрых преобразований Фурье, в силу нелинейного роста сложности этих вычислительных операций расчёты для типичных значений параметров занимают продолжительное время. Последнее делает затруднительным даже моделирование единичного сеанса, предполагаю-

щего передачу нескольких десятков тысяч оптических импульсов.

Несмотря на обозначенные недостатки, делаемая предложенная модель непрактичной, она является в целом адекватной, что было продемонстрировано на этапе верификации. Об этом свидетельствуют, в частности, полученные в результате моделирования диаграммы, соответствующие по масштабу ожидаемым значениям величин как во временной, так и в частотной областях. Кроме этого, при моделировании качественно воспроизводятся и оказывают влияние на принимаемые импульсы такие эффекты, как затухание и хроматическая дисперсия в оптоволоконной линии. Количественная оценка влияния рассмотренных эффектов не представлялась возможной в силу отсутствия реалистичной модели приёмника.

Таким образом, можно сделать вывод, что динамическое моделирование, широко применяемое в обработке радиотехнических сигналов, не представляется оптимальным инструментом для описания оптического канала системы КРК. В дальнейшем предполагается использование представленных в разделе «Материалы и методы» физических зависимостей в рамках дискретно-событийной имитационной модели. Предполагается, что дискретными событиями будут выступать этапы обработки импульсов, которые в свою очередь будут представлять собой абстрактные маркеры, несущие временные метки и связанные со структурой данных, хранящей их физические параметры (количество фотонов, а также интенсивность, поляризацию и запаздывание для дискретного набора частотных компонентов в спектре).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кирилук М.А., Бочаров Н.А. Разработка программной модели квантовых вычислений и моделирование работы квантовых алгоритмов на платформе "Эльбрус" // Вестник Концерна ВКО "Алмаз–Антей". – 2022. – № 1. – С. 93–101. DOI: 10.38013/2542-0542-2022-1-93-101 EDN: YNZJLH
2. Корольков А.В. О некоторых прикладных аспектах квантовой криптографии в контексте развития квантовых вычислений и появления квантовых компьютеров // Вопросы кибербезопасности. – 2015. – № 1 (9). – С. 6–13. EDN: TORAOF
3. Жилиев А.Е., Сабанов А.Г., Шелупанов А.А. Сети квантового распределения ключей в кибербезопасности. – М.: Горячая линия – Телеком, 2023. – 152 с.
4. В Томске вузы и НИИ планируют создать крупнейшую в РФ межуниверситетскую квантовую сеть. URL: <https://nauka.tass.ru> (дата обращения: 12.09.2024).
5. Правительство Российской Федерации и РЖД подписали соглашение по развитию квантовых коммуникаций. URL: <https://comprany.rzd.ru> (дата обращения: 12.09.2024).
6. Квантовая криптография в аспекте популяризации науки и развития профессионально-технической квалификации / Л.И. Стефаненко, А.Г. Сергеев, Ю.В. Курочкин, В.Е. Родимин // Восемнадцатая Всероссийская конференция студенческих научно-исследовательских инкубаторов. – Томск: СТТ, 2021. – С. 159–172.
7. Система массового обслуживания в сетях квантового распределения ключей / Д.С. Гекк, В.Д. Пинчук, Д.В. Ожигов, А.О. Терехин // Электронные средства и системы управления. – 2024. – № 1–2. – С. 78–80. EDN: NEWPWM
8. Глушенко С.А. Применение системы Matlab для оценки рисков информационной безопасности организации // Бизнес-информатика. – 2013. – № 4 (26). – С. 35–42. EDN: RUDOUP
9. Хорев А.А., Лукманова О.Р., Суровенков Д.Б. Исследование пассивных средств защиты информации от утечки по акустоэлектрическим каналам в среде Matlab // Вопросы кибербезопасности. – 2021. – № 5 (45). – С. 75–86. DOI: 10.21681/2311-3456-2021-5-75-86 EDN: OQWILB

10. Григорьев В.А., Карпов А.В. Имитационная модель системы защиты информации // Программные продукты и системы. – 2005. – № 2. – С. 26–30. EDN: IYDEMD
11. Васильев Е.И., Фаерман В.А. Дискретно-событийная модель оптического канала системы квантового распределения ключей // Высокопроизводительные вычислительные системы и технологии. – 2024. – Т. 8. – № 1. – С. 83–92. EDN: TLWSII
12. Молотов С.Н. Квантовая криптография и теоремы В.А. Котельникова об одноразовых ключах и об отсчетах // Успехи физических наук. – 2006. – Т. 176. – № 7. – С. 777–788. DOI: 10.3367/UFNr.0176.200607k.0777 EDN: HTJFJP
13. Анализ перспектив развития источников одиночных фотонов в системах квантового распределения ключей / Ю.Б. Миронов, С.Ю. Казанцев, Р.А. Шаховой, О.В. Колесников, Л.С. Машковцева, А.И. Зайцев, А.В. Коробов // Наукоемкие технологии в космических исследованиях Земли. – 2021. – Т. 13. – № 6. – С. 22–33. DOI: 10.36724/2409-5419-2021-13-6-22-33 EDN: RBHNOT
14. Реализация средства криптографической защиты информации, использующего квантовое распределение ключей / А.Г. Втюрина, В.Л. Елисеев, А.Е. Жилиев, А.С. Николаева, В.Н. Сергеев, А.В. Уривский // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. – 2018. – Т. 21. – № 2. – С. 15–21. DOI: 10.21293/1818-0442-2018-21-2-15-21 EDN: XYPQUH
15. A practical transmitter device for passive state BB84 quantum key distribution / Yu. Kurochkin, M. Papadovasilakis, A. Trushechkin, R. Piera, J.A. Grieve. – 2024. URL: <https://arxiv.org/html/2405.08481v1> (дата обращения: 02.10.2024).
16. Quantum key distribution with the single-photon-added coherent source / Dong Wang, Mo Li, Feng Zhu, Zhen-Qiang Yin, Wei Chen, Zheng-Fu Han, Guang-Can Guo, Qin Wang // Physical Review A. – 2014. – Vol. 90. – № 6. – article number 062315. DOI: 10.1103/PhysRevA.90.062315 EDN: UTVRWP
17. Lütkenhaus N., Jähma M. Quantum key distribution with realistic states: photon-number statistics in the photon-number splitting attack // New Journal of Physics. – 2002. – Vol. 4. – article number 44. DOI: 10.1088/1367-2630/4/1/344
18. Walls D.F., Milburn G.J. Quantum Optics. – Berlin: Springer-Verlag, 1994. DOI: 10.1007/978-3-642-79504-6
19. Махорин Д.А., Задорин А.С., Решетников С.Ю. Статистический контроль распределения числа фотонов в информационных сообщениях в системе квантового распределения ключа с временным кодированием // Электронные средства и системы управления: Материалы докладов международной научно-практической конференции. – Томск: ТУСУР, 2015. – № 1-1. – С. 270–273. EDN: VDDVSX
20. Скачко О.П., Боташев М.Р., Шакир Х.Х. III. Моделирование передающей станции системы квантового распределения ключа // Молодые ученые в решении актуальных проблем науки: Материалы VIII Международной научно-практической конференции. – Владикавказ: Веста, 2018. – С. 70–73. EDN: PYRWIN
21. Sethia A., Banerjee A. A MATLAB-based modelling and simulation package for DPS-QKD // Journal of Modern Optics. – 2022. – Vol. 69. – Iss. 7. – P. 392–402. DOI: 10.1080/09500340.2022.2041752 EDN: AWUIJJ
22. Давыдов А.П., Злыднева Т.П. О волновой функции фотона в координатном и импульсном представлениях // Международный научно-исследовательский журнал. – 2016. – № 11-4 (53). – С. 152–156. DOI: 10.18454/IRJ.2016.53.104 EDN: XBD0XF
23. Львов О.С. Волновая функция фотона в координатном представлении // Евразийское научное объединение. – 2015. – Т. 1. – № 5. – С. 6–10. EDN: TUVTSH
24. Ландсберг Г.С. Оптика. – М.: Физматлит, 2003. – 848 с.
25. Коптев Д.С., Бабанин И.Г., Довбня В.Г. Теория радиотехнических сигналов. – Курск: Юго-Западный государственный университет, 2019. – 204 с. EDN: AKHTSQ
26. Ожигов Д.В., Гекк Д.С., Пинчук В.Д., Терехин А.О. Возможности моделирования сетей с применением квантового распределения ключей // Электронные средства и системы управления: Материалы докладов Международной научно-практической конференции. – 2024. – № 1–2. – С. 68–70. EDN: RYEXXS
27. Леденев А.Н. Физика. Колебания и волны. Оптика. – М.: Физматлит, 2005. – 256 с.
28. Keiser G. Fiber optic communication networks // Fiber Optic Communications. – Singapore: Springer, 2021. – P. 507–575. DOI: 10.1007/978-981-33-4665-9_13
29. Gloge D. The optical fibre as a transmission medium // Reports on Progress in Physics. – 1979. – Vol. 42. – № 11. – P. 1777–1824. DOI: 10.1088/0034-4885/42/11/001
30. Листвин А.В., Листвин В.Н., Швырков В.Н. Оптические волокна для линий связи. – М.: ЛЕСАРпт, 2003. – 208 с. EDN: QMMRQB
31. Румянцев К., Шакир Н.Н. Проектирование системы квантового распределения ключа с интерферометрами Маха-Цендера. – Ростов-на-Дону, Таганрог: Изд-во Южного федерального университета, 2022. – 108 с.
32. Дмитриев Е.В., Назаренко А.П. Источники одиночных фотонов для систем квантового распределения ключей // Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов. – 2021. – Т. 12. – № 6. – С. 65–69. EDN: PZHYOF
33. Современные методы детектирования одиночных фотонов и их применение в квантовых коммуникациях / А.А. Козий, А.В. Лосев, В.В. Заводиленко, Ю.В. Курочкин, А.А. Горбацевич // Квантовая электроника. – 2021. – Т. 51. – № 8. – С. 655–669. EDN: MTNBOF
34. Задорин А.С., Максимов А.В., Махорин Д.А. Режимы работы фотоприемного устройства системы квантовой криптографии // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. – 2012. – № 2-2 (26). – С. 63–66. EDN: PXPIYJ
35. ID300 Short-Pulse Laser Source. URL: https://lenlasers.ru/upload/iblock/6c0/ID300-Short_Pulse-Laser-Source.pdf (дата обращения: 02.10.2024).

Информация об авторах

Кирилл Игоревич Чуков, студент кафедры безопасности информационных систем Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники, Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 40. naskot99@yandex.ru, <https://orcid.org/0009-0005-5029-3504>

Владимир Андреевич Фаерман, старший преподаватель кафедры комплексной информационной безопасности электронно-вычислительных систем Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники, Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 40. fva@fb.tusur.ru, <https://orcid.org/0000-0002-9643-0245>

Даниил Владимирович Курков, студент кафедры безопасности информационных систем Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники, Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 40. kurkov_dv@mail.ru

Евгений Валерьевич Антропов, студент кафедры безопасности информационных систем Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники, Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 40. antropoff05@gmail.com

Поступила в редакцию: 27.03.2025

Поступила после рецензирования: 30.05.2025

Принята к публикации: 30.06.2025

REFERENCES

1. Kirilyuk M.A., Bocharov N.A. Development of a software model for quantum computations and simulation of quantum algorithms operation based on Elbrus platform. *Bulletin of the Air Defense Concern "Almaz-Antey"*. 2022, no. 1, pp. 93–101. (In Russ.) DOI: 10.38013/2542-0542-2022-1-93-101 EDN: YHZJLH
2. Korolkov A.V. About some applied aspects of quantum cryptography in the context of development of quantum calculations and emergence of quantum computers. *Voprosy kiberbezopasnosti*, 2015, no. 1 (9), pp. 6–13. (In Russ.) EDN: TORAOF
3. Zhilyaev A.E., Sabanov A.G., Shelupanov A.A. *Quantum key distribution networks in cybersecurity*. Moscow, Hotline – Telecom Publ., 2023. 152 p. (In Russ.)
4. *In Tomsk, universities and research institutes plan to create the largest inter-university quantum network in the Russian Federation*. (In Russ.) Available at: <https://nauka.tass.ru> (accessed: 12 September 2024).
5. *The Government of the Russian Federation and Russian Railways signed an agreement on the development of quantum communications*. (In Russ.) Available at: <https://company.rzd.ru> (accessed: 12 September 2024).
6. Stefanenko L.I., Sergeev A.G., Kurochkin Yu.V., Rodimin V.E. Quantum cryptography in the aspect of popularization of science and development of vocational qualifications. *Eighteenth All-Russian Conference of Student Research Incubators*. Tomsk, STT Publ., 2021. pp. 159–172. (In Russ.)
7. Gekk D.S., Pinchuk V.D., Ozhigov D.V., Terekhin A.O. Queuing system in quantum key distribution networks. *Electronic means and control systems*, 2024, no. 1–2, pp. 78–80. (In Russ.) EDN: NEWPWM
8. Glushchenko S.A. Risk assessment information security systems organization with Matlab system. *Business Informatics*, 2013, no. 4 (26), pp. 35–42. (In Russ.) EDN: RUDOUN
9. Khorev A.A., Lukmanova O.R., Surovenkov D.B. Research of the passive information protection device in the acoustoelectric leakage channels using MATLAB environment. *Voprosy kiberbezopasnosti*, 2021, no. 5 (45), pp. 75–86. (In Russ.) DOI: 10.21681/2311-3456-2021-5-75-86 EDN: OQWILB
10. Grigoriev V.A., Karpov A.V. Simulation model of the information security system. *Software products and systems*, 2005, no. 2, pp. 26–30. (In Russ.) EDN: IYDEMD
11. Vasiliev E.I., Faerman V.A. Discrete-event simulation of the optical channel within quantum key distribution system. *High-Performance Computing Systems and Technologies*, 2024, vol. 8, no. 1, pp. 83–92. (In Russ.) EDN: TLWSII
12. Molotkov S.N. Quantum cryptography and V.A. Kotelnikov's one-time key and sampling theorems. *Physics-Uspekhi=Advances in Physical Sciences*, 2006, vol. 176, no. 7, pp. 777–788. (In Russ.) DOI: 10.3367/UFNr.0176.200607k.0777 EDN: HTJFJP
13. Mironov Y.B., Kazantsev S.Y., Shakhovoy R.A., Kolesnikov O.V., Mashkovtseva L.S., Zaitcev A.I., Korobov A.V. Analysis of single photon sources with quantum key distribution systems development prospects. *H&ES Research*, 2021, vol. 13, no. 6, pp. 22–33. (In Russ.) DOI: 10.36724/2409-5419-2021-13-6-22-33 EDN: RBHHOT
14. Vtyurina A.G., Eliseev V. L., Zhilyaev A.E., Nikolaeva A.S., Sergeev V.N., Urivskiy A.V. On the principal decisions of the practical implementation of the cryptographic devices with quantum key distribution. *Proceedings of TUSUR University*, 2018, vol. 21, no. 2, pp. 15–21. (In Russ.) DOI: 10.21293/1818-0442-2018-21-2-15-21 EDN: XYPQUH
15. Kurochkin Yu., Papadovasilakis M., Trushechkin A., Piera R., Grieve J.A. *A practical transmitter device for passive state BB84 quantum key distribution*. 2024. Available at: <https://arxiv.org/html/2405.08481v1> (accessed: 2 October 2024).
16. Dong Wang, Mo Li, Feng Zhu, Zhen-Qiang Yin, Wei Chen, Zheng-Fu Han, Guang-Can Guo, Qin Wang. Quantum key distribution with the single-photon-added coherent source. *Physical Review A*, 2014, vol. 90, no. 6, article number 062315. DOI: 10.1103/PhysRevA.90.062315 EDN: UTVRWP
17. Lütkenhaus N., Jähma M. Quantum key distribution with realistic states: photon-number statistics in the photon-number splitting attack. *New Journal of Physics*, 2002, vol. 4, article number 44. DOI: 10.1088/1367-2630/4/1/344
18. Walls D.F., Milburn G.J. *Quantum Optics*. Berlin, Springer-Verlag, 1994. DOI: 10.1007/978-3-642-79504-6
19. Makhorin D.A., Zadorin A.S., Reshetnikov S.Yu. Statistical control of the distribution of the number of photons in information messages in a quantum key distribution system with time coding. *Electronic means and control systems. Proceedings of reports*

- of the international scientific and practical conference. Tomsk, TUSUR Publ., 2015. No. 1-1, pp. 270–273. (In Russ.) EDN: VDDVSX
20. Skachko O.P., Botashev M.R., Shakir H.H.Sh. Simulation of the quantum key distribution system. *Young scientists in solving urgent problems of science. Proceedings of the VIII International scientific and practical conference*. Vladikavkaz, Vesta Publ., 2018. pp. 70–73. (In Russ.) EDN: PYRWIN
21. Sethia A., Banerjee A. A MATLAB-based modelling and simulation package for DPS-QKD. *Journal of Modern Optics*, 2022, vol. 69, Iss. 7, pp. 392–402. DOI: 10.1080/09500340.2022.2041752 EDN: AWUIJJ
22. Davydov A.P., Zlydneva T.P. On the relativistic invariance of the continuity equation in quantum mechanics of the photon. *International Research Journal*, 2016, no. 11-4 (53), pp. 152–156. (In Russ.) DOI: 10.18454/IRJ.2016.53.104 EDN: XBD0XF
23. Lvov O.S. Photon wave function in coordinate representation. *Eurasian Scientific Association*, 2015, vol. 1, no. 5, pp. 6–10. (In Russ.) EDN: TUVTSH
24. Landsberg G.S. *Optics*. Moscow, Fizmatlit Publ., 2003. 848 p. (In Russ.)
25. Koptev D.S., Babanin I.G., Dovbnya V.G. *Theory of radio engineering signals*. Kursk, South-West State University Publ., 2019. 204 p. (In Russ.) EDN: AKHTSQ
26. Ozhigov D.V., Gekk D.S., Pinchuk V.D., Terekhin A.O. Possibilities of network modeling using quantum key distribution. *Electronic means and control systems. Proceedings of the reports of the International scientific and practical conference*, 2024, no. 1–2, pp. 68–70. (In Russ.) EDN: RYEXXS
27. Ledenev A.N. *Physics. Oscillations and waves. Optics*. Moscow, Fizmatlit Publ., 2005. 256 p. (In Russ.)
28. Keiser G. Fiber optic communication networks. *Fiber Optic Communications*. Singapore, Springer 2021. pp. 507–575. DOI: 10.1007/978-981-33-4665-9_13
29. Gloge D. The optical fibre as a transmission medium. *Reports on Progress in Physics*, 1979, vol. 42, no. 11, pp. 1777–1824. DOI: 10.1088/0034-4885/42/11/001
30. Listvin A.V., Listvin V.N., Shvyrykov V.N. *Optical fibers for communication lines*. Moscow, LESARart Publ., 2003. 208 p. (In Russ.) EDN: QMMRQB
31. Rumyantsev K., Shakir H.H. *Design of a quantum key distribution system with Mach-Zehnder interferometers: a tutorial*. Rostov-on-Don, Taganrog, Southern Federal University Publ. House, 2022. 108 p. (In Russ.)
32. Dmitriev E.V., Nazarenko A.P. Single photon sources for quantum key distribution systems. *Systems of synchronization, formation and processing of signals*, 2021, vol. 12, no. 6, pp. 65–69. (In Russ.) EDN: PZHYOF
33. Koziy A.A., Losev A.V., Zavodilenko V.V., Kurochkin Yu.V., Gorbachevich A.A. Modern methods of detecting single photons and their application in quantum communications. *Quantum Electronics*, 2021, vol. 51, no. 8, pp. 655–669. EDN: MTNBOF
34. Zadorin A.S., Maksimov A.V., Makhurin D.A. Working modes of photodetector device of quantum cryptography system. *Proceedings of TUSUR University*, 2012, no. 2-2 (26), pp. 63–66. (In Russ.) EDN: PXPIYJ
35. *ID300 Short-Pulse Laser Source*. Available at: https://lenlasers.ru/upload/iblock/6c0/ID300-Short_Pulse-Laser-Source.pdf (accessed: 02 October 2024).

Information about the authors

Kirill I. Chukov, Student, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, 40, Lenin avenue, Tomsk, 634050, Russian Federation. naskot99@yandex.ru, <https://orcid.org/0009-0005-5029-3504>

Vladimir A. Fayerman, Senior Lecturer, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, 40, Lenin avenue, Tomsk, 634050, Russian Federation. fva@fb.tusur.ru, <https://orcid.org/0000-0002-9643-0245>

Daniil V. Kurkov, Student, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, 40, Lenin avenue, Tomsk, 634050, Russian Federation. kurkov_dv@mail.ru

Evgeny V. Antropov, Student, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, 40, Lenin avenue, Tomsk, 634050, Russian Federation. antropoff05@gmail.com

Received: 27.03.2025

Revised: 30.05.2025

Accepted: 30.06.2025