

УДК 621.31

DOI: 10.18799/29495407/2024/3/62

Шифр специальности ВАК: 2.3.1

Сравнительный анализ частотных характеристик вариантов построения цифровых моделей фильтров нижних частот компонентов электротехнических комплексов

А.С. Глазырин^{1,2}, Е.И. Попов^{3✉}, С.С. Попов^{1,4}, В.А. Копырин³,
С.Н. Кладиев¹, А.П. Леонов¹, Н.А. Воронина¹, В.З. Ковалев^{2,1}

¹ Национальный исследовательский Томский политехнический университет, Россия, г. Томск

² Югорский государственный университет, Россия, г. Ханты-Мансийск

³ Тюменский индустриальный университет, Россия, г. Тюмень

⁴ ООО «НПФ Мехатроника-Про», Россия, г. Томск

✉ popovei72@mail.ru

Аннотация. Применение цифровых двойников в задачах управления электроприводами обусловлено постоянно возрастающими требованиями к качеству переходных процессов. Цифровой двойник динамической системы представляет собой дискретную модель, применение которой всегда влечет за собой некоторую потерю точности и появление искажений в частотной области. Математические модели кабельных линий характеризуются относительно малыми постоянными времени, что накладывает условия на выбор частоты дискретизации согласно требованиям, предъявляемым теоремой Котельникова–Шеннона. Однако на практике выбор периода дискретизации ограничивается вычислительной мощностью цифрового сигнального процессора. Вследствие этого целью статьи является определение границ применимости в частотной области существующих способов перехода в Z -область методом аналоговых прототипов путем проведения сравнительного анализа погрешности аппроксимации частотных характеристик аналогового прототипа цифровыми моделями RLC -фильтра низких частот для каждого из способов. Установлено, что увеличение периода дискретизации ведет к расхождению между цифровыми моделями и их аналоговыми прототипами в интегральном смысле на всей области частот. Кроме того, это приводит к потере информации о таких физических процессах в реальной системе, как резонанс или изменение фазы сигнала на выходе динамической системы. Для большинства инженерных задач может быть рекомендован метод Тастина при соответствующих допущениях о стационарности динамической системы. Однако при появлении признаков нестационарности или повышенных требованиях к конструированию регуляторов, по мнению авторов, стоит обратить внимание на аналитические модели динамических систем.

Ключевые слова: цифровая модель, фильтр низких частот, Z -преобразование, частотные характеристики, метод Тастина, интегральная погрешность, длинный кабель

Для цитирования: Сравнительный анализ частотных характеристик вариантов построения цифровых моделей фильтров нижних частот компонентов электротехнических комплексов / А.С. Глазырин, Е.И. Попов, С.С. Попов, В.А. Копырин, С.Н. Кладиев, А.П. Леонов, Н.А. Воронина, В.З. Ковалев // Известия томского политехнического университета. Промышленная кибернетика. – 2024. – Т. 2. – № 3. – С. 9–19. DOI: 10.18799/29495407/2024/3/62

UDC 621.31

DOI: 10.18799/29495407/2024/3/62

Comparative analysis of frequency responses of options for constructing low-pass filters of electrical systems digital models

A.S. Glazyrin^{1,2}, E.I. Popov^{3✉}, S.S. Popov^{1,4}, V.A. Kopyrin³,
S.N. Kladiev¹, A.P. Leonov¹, N.A. Voronina¹, V.Z. Kovalev^{2,1}

¹ National Research Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russian Federation

² Yugra State University, Khanty-Mansiysk, Russian Federation

³ Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russian Federation

⁴ «NPF Mechatronica-Pro» LTD, Tomsk, Russian Federation

✉popovei72@mail.ru

Abstract. The use of digital twins in electric drive control tasks is driven by ever-increasing requirements for the quality of transient processes. The digital twin of a dynamic system is a discrete model, the use of which always entails some loss of accuracy and the appearance of distortions in the frequency domain. Mathematical models of cable lines are characterized by relatively small time constants, which imposes conditions on the choice of sampling frequency in accordance with the requirements imposed by the Kotelnikov–Shannon theorem. However, in practice, the choice of sampling period is limited by the processing power of the digital signal processor. As a result, the aim of the paper is to determine the limits of applicability in the frequency domain of existing methods of transition to the Z-region using the analog prototype method by conducting a comparative analysis of the error in approximating the frequency characteristics of the analog prototype with digital models of the RLC low-pass filter for each of the methods. It was established that an increase in the sampling period leads to a discrepancy between digital models and their analogue prototypes in an integral sense over the entire frequency range. In addition, this leads to the loss of information about such physical processes in a real system, as resonance or a change in the phase of the signal at the output of a dynamic system. For most engineering problems, the Tustin method can be recommended under appropriate assumptions about the stationarity of the dynamic system. However, if signs of non-stationarity appear or increased requirements for the design of regulators, according to the authors, it is worth paying attention to analytical models of dynamic systems.

Key words: digital model, low pass filter, Z-transform, frequency characteristics, Tustin method, integral error, long cable

For citation: Glazyrin A.S., Popov E.I., Kopyrin V.A., Kladiev S.N., Leonov A.P., Voronina N.A., Kovalev V.Z. Comparative analysis of frequency responses of options for constructing low-pass filters of electrical systems digital models. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Industrial Cybernetics*, 2024, vol. 2, no. 3, pp. 9–19. DOI: 10.18799/29495407/2024/3/62

Введение

Электрическим приводом в настоящее время оборудовано большинство технологических установок в мире. При этом непрерывное повышение сложности технологических процессов производства влечет за собой постоянный рост требований к качеству переходных процессов и алгоритмам управления электроприводов. Одним из типовых требований к электроприводу в современной технике является прогнозируемость его работы в условиях изменяющегося режима технологического процесса [1], а также при флуктуациях внутренних параметров самого электропривода: изменение сопротивления и индуктивности, момента инерции, появление различных дефектов. С точки зрения классической теории автоматического управления электропривод является не только нелинейным, но и нестационарным объектом.

Обеспечение соответствия автоматизированного электропривода требованиям современных технологических процессов можно достичь, по мнению ряда ученых [2–4], путем применения цифровых двойников [5] электропривода. На сегодняшний день цифровые двойники электродвигателей находят применение в системах управления [6, 7], в том числе в нестационарных и нетиповых режимах [8], задачах идентификации электропривода, например, при построении наблюдателей состояния на основе адаптивных систем с эталонной моделью [9, 10], для поиска неисправностей и прогнозирования жизненного цикла электродвигателя [11, 12].

Цифровой двойник, как правило, представляет собой дискретную (цифровую) модель реального динамического объекта, имеющего с ним систему двусторонней телеметрии. Цифровая модель динамической системы может быть построена как пря-

мым синтезом цифровых фильтров, так и с применением метода аналоговых прототипов [1]. Во втором случае математическая модель объекта в операторной форме приводится к разностному виду путем замены оператора Лапласа p на дробно-рациональное выражение от комплексной переменной z , то есть применяется Z -преобразование. Однако такой подход может привести к потере точностных свойств модели реального объекта.

Кроме того, характерным недостатком дискретных моделей является появление искажений в частотной области, связанных с выбором частоты дискретизации по условию запаса относительно частоты Найквиста согласно требованиям теоремы Котельникова–Шеннона [13]. Модели некоторых компонентов электротехнических комплексов, таких как, например, длинная кабельная линия [14], импульсные системы с резонансными преобразователями [15], могут характеризоваться достаточно малыми постоянными времени по сравнению с моделями электромеханических систем, в то время как выбор периода дискретизации, как правило, ограничен вычислительными ресурсами цифрового сигнального процессора. Следовательно, при построении цифровых моделей объектов электротехнических систем необходимо иметь представление о границах применимости в частотной области методов Z -преобразования при их применении к аналоговым прототипам динамических систем.

Постановка задачи и методы исследования

Рассмотрим интегро-дифференциальное уравнение RLC -фильтра нижних частот (ФНЧ) (рис. 1) и применим к нему преобразование Лапласа при нулевых начальных условиях при $G \rightarrow 0$:

$$U(p) = pLI(p) + RI(p) + \frac{1}{pC} I(p), \quad (1)$$

где p – оператор Лапласа; L – индуктивность фильтра, Гн; R – активное сопротивление фильтра, Ом; C – емкость фильтра, Ф; $u(t)$, $U(p)$ – входное напряжение, В; $i(t)$, $I(p)$ – ток в цепи, А.

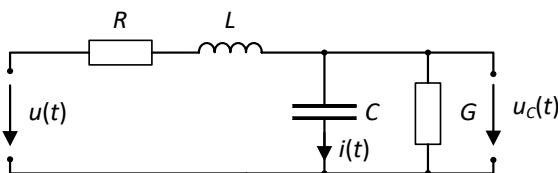


Рис. 1. Принципиальная электрическая схема RLC -фильтра нижних частот

Fig. 1. Schematic electrical circuit of the RLC low-pass filter

Получим передаточную функцию $W(p)$ ФНЧ по входному напряжению:

$$\frac{I(p)}{U(p)} = \frac{1}{pL + R + \frac{1}{pC}}, \quad \frac{U_c(p)}{U(p)} = \frac{1}{pL + R + \frac{1}{pC}},$$

$$W(p) = \frac{1}{p^2LC + pRC + 1}. \quad (2)$$

В качестве объекта исследования будем рассматривать нефтепогружной кабель КПБК-90 3x16, параметры схемы замещения которого при длине 1 км равны: $R=1,204$ Ом, $L=300,676 \cdot 10^{-6}$ Гн, $C=2,125 \cdot 10^{-7}$ Ф. Поскольку уравнение электрического равновесия нефтепогружного кабеля по второму закону Кирхгофа может быть описано выражением (1), он может рассматриваться в качестве RLC -фильтра нижних частот.

Цифровая модель динамической системы может быть получена методом аналоговых прототипов путем замены оператора Лапласа p на дробно-рациональное выражение от оператора временной задержки z^{-1} . Наиболее распространенными подходами к построению цифровых моделей динамических объектов на основе метода аналоговых прототипов являются: метод левой разности, метод правой разности и билинейное преобразование (метод Тастина) соответственно [1]:

$$P_{ЛР} = \frac{1 - z^{-1}}{\Delta t \cdot z^{-1}}, \quad P_{ПР} = \frac{1 - z^{-1}}{\Delta t}, \quad P_{БП} = \frac{2}{\Delta t} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}},$$

где Δt – период дискретизации, с.

Билинейное преобразование (метод Тастина) получено путем разложения натурального логарифма $p = \frac{1}{\Delta t} \ln(z)$ в ряд Тейлора до первого члена.

Рассмотрим также влияние увеличения количества членов ряда до двух на поведение цифровой модели в частотной области – расширенная билинейная аппроксимация:

$$P_{РБ} = \frac{2}{\Delta t} \left[\frac{z-1}{z+1} + \frac{1}{3} \left(\frac{z-1}{z+1} \right)^3 \right] = \frac{2}{\Delta t} \frac{4 - z^{-3}}{3 + 9z^{-1} + 9z^{-2} + 3z^{-3}}.$$

Цифровые передаточные функции для методов левой и правой разностей, Тастина и расширенной билинейной аппроксимации соответственно:

$$W_{ЛР}(z) = \frac{z^{-2} \Delta t^2}{\left(LC + z^{-1} (RC \Delta t - 2LC) + z^{-2} (LC + \Delta t^2 - RC \Delta t) \right)}, \quad (3)$$

$$W_{ПР}(z) = \frac{\Delta t^2}{\left((LC + RC \Delta t + \Delta t^2) - z^{-1} (RC \Delta t + 2LC) + z^{-2} LC \right)}, \quad (4)$$

$$W_{\text{БП}}(z) = \frac{\Delta t^2 + 2z^{-1}\Delta t^2 + z^{-2}\Delta t^2}{\left((4LC + 2RC\Delta t + \Delta t^2) + \right.} \quad (5)$$

$$\left. + z^{-1}(2\Delta t^2 - 8LC) + \right. \\ \left. + z^{-2}(4LC - 2RC\Delta t + \Delta t^2) \right)$$

$$W_{\text{РБ}}(z) = \frac{a_0 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + a_3z^{-3} + a_4z^{-4} + a_5z^{-5} + a_6z^{-6}}{b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + b_3z^{-3} + b_4z^{-4} + b_5z^{-5} + b_6z^{-6}}, \quad (6)$$

где

$$a_0 = 9\Delta t^2, a_1 = 54\Delta t^2, a_2 = 135\Delta t^2, \\ a_3 = 180\Delta t^2, a_4 = 135\Delta t^2, a_5 = 54\Delta t^2, a_6 = 9\Delta t^2, \\ b_0 = 9\Delta t^2 + 24RC\Delta t + 64LC, b_1 = 54\Delta t^2 + 72RC\Delta t, \\ b_2 = 135\Delta t^2 + 72RC\Delta t, b_3 = 180\Delta t^2 - 128LC, \\ b_4 = 135\Delta t^2 - 72RC\Delta t, b_5 = 54\Delta t^2 - 72RC\Delta t, \\ b_6 = 9\Delta t^2 - 24RC\Delta t.$$

Проведем анализ частотных характеристик цифровых моделей ФНЧ для каждого из методов и сравним с эталонной непрерывной моделью. Эталонные амплитудно-частотная характеристика (АЧХ), логарифмическая АЧХ (ЛАЧХ) и фазо-частотная характеристика (ФЧХ) построены согласно следующим выражениям:

$$A_{\text{эт}}(\omega) = |W(j\omega)| = \left| \frac{1}{(j\omega)^2 LC + j\omega RC + 1} \right|, \\ \varphi_{\text{эт}}(\omega) = \arg W(j\omega),$$

где ω – угловая частота, рад/с.

Частотные характеристики цифровых моделей были получены заменой $z=e^{j\omega\Delta t}$:

$$A_{\text{дискр}}(\omega) = |W_{\text{дискр}}(e^{j\omega\Delta t})|, \quad (7)$$

$$\varphi_{\text{дискр}}(\omega) = \arg W_{\text{дискр}}(e^{j\omega\Delta t}), \quad (8)$$

где $W_{\text{дискр}}$ – цифровая передаточная функция согласно уравнениям (3)–(6).

Определение границ просмотра частотных характеристик выполним на основе анализа корней характеристического уравнения передаточной функции (2). Корни характеристического уравнения колебательного контура имеют вид $p_{1,2} = -\alpha \pm j\omega_{\text{рез}}$, где $\omega_{\text{рез}}$ – резонансная угловая частота ФНЧ. Границы просмотра положим: $[\omega_{\text{мин}}; \omega_{\text{макс}}]$, где

$$\omega_{\text{мин}} = \frac{1}{32} \omega_{\text{рез}}, \quad \omega_{\text{макс}} = 32 \omega_{\text{рез}}.$$

$$p^2 LC + pRC + 1 = 0, \\ p_{1,2} = \frac{-RC \pm \sqrt{(RC)^2 - 4LC}}{2LC} = -2002 \pm j125087.$$

Как видно из формул (7), (8), частотные характеристики цифровых моделей зависят от периода дискретизации Δt . Проведем сравнительный анализ частотных характеристик для периодов дискретизации в окрестности наименьшей постоянной времени ФНЧ – периода резонансной частоты $T_{\text{рез}} = \frac{2\pi}{\omega_{\text{рез}}} = \frac{2\pi}{125087} = 50,23$ мкс (рис. 2–7):

$$\Delta t_1 = \frac{1}{16} T_{\text{рез}} = 3,14 \text{ мкс}, \quad \Delta t_2 = \frac{1}{6} T_{\text{рез}} = 8,4 \text{ мкс}.$$

В настоящее время аналого-цифровые преобразователи (АЦП) последовательного приближения позволяют выполнять измерения с частотой дискретизации 1 МГц, что соответствует периоду дискретизации 1 мкс [16]. На практике в цифровых системах управления электроприводов частота дискретизации сигналов составляет порядка 5–20 кГц [17], что соответствует периоду дискретизации 200–50 мкс. Для проведения сравнительного анализа частотных характеристик при различных периодах дискретизации положим $\Delta t_3 = 50$ мкс. Частотные характеристики для третьего случая изображены на рис. 8–10.

Амплитудно- и фазо-частотные характеристики цифровых моделей ФНЧ

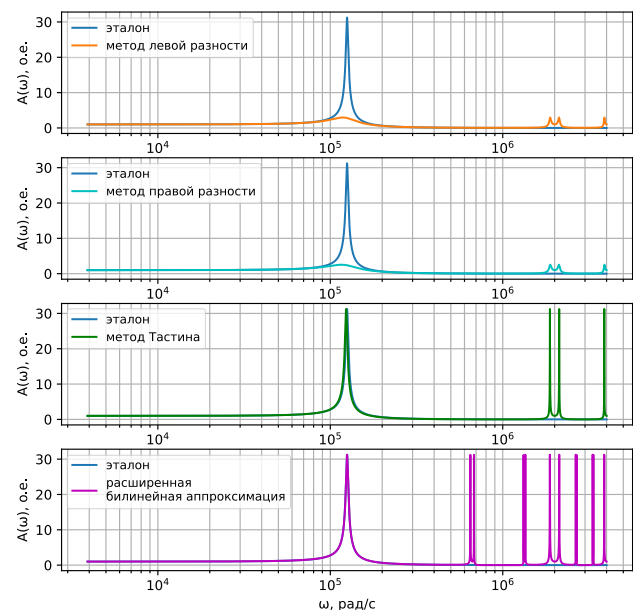


Рис. 2. АЧХ RLC фильтра нижних частот при $\Delta t_1 = 3.14$ мкс
 Fig. 2. Amplitude frequency characteristics (AFC) of the RLC low-pass filter at $\Delta t_1 = 3.14$ microsecond

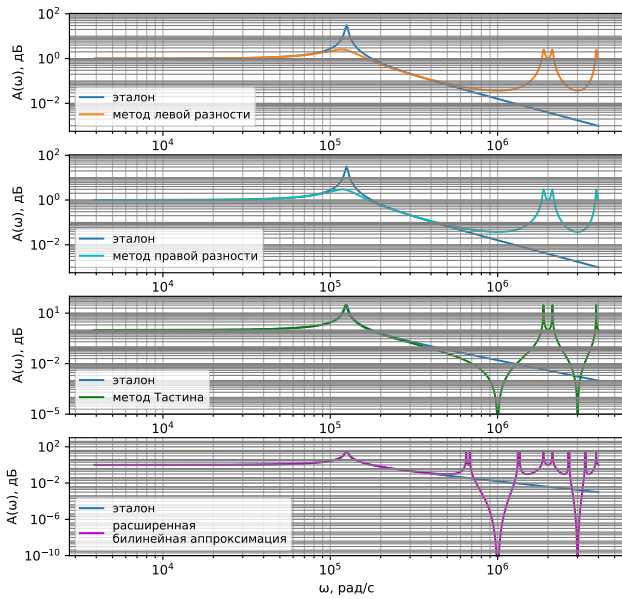


Рис. 3. ЛАЧХ RLC фильтра нижних частот при $\Delta t_1=3.14$ мкс
Fig. 3. Logarithmic AFC of the RLC low-pass filter at $\Delta t_1=3.14$ microsecond

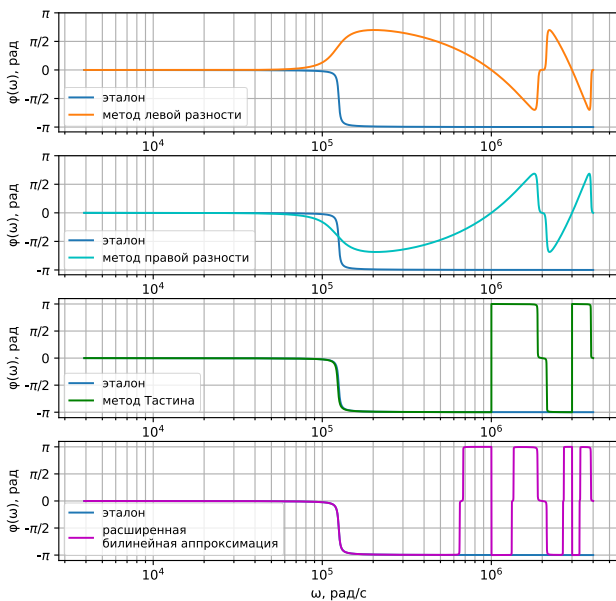


Рис. 4. ФЧХ RLC фильтра нижних частот при $\Delta t_1=3.14$ мкс
Fig. 4. Phase frequency characteristics (PFC) of the RLC low-pass filter at $\Delta t_1=3.14$ microsecond

Величина интегральной ошибки аппроксимации АЧХ аналогового прототипа цифровой моделью зависит от выбора частоты дискретизации. Как следует из рис. 2, 3, при $\Delta t_1 = \frac{1}{16} T_{рез}$ резонансную характеристику аппроксимируют только методы Тастина и расширенной билинейной аппроксимации, однако по свойству цифровых фильтров в области высоких частот имеют место фиктивные резонансы, не свойственные физике аналогового про-

тотипа. Методы левой и правой разностей при Δt_1 только указывают на признаки возникновения резонанса в окрестности резонансной частоты, но не дают информации о его амплитуде. Изменение фазы на выходе динамической системы, согласно рис. 4, достаточно точно аппроксимируется ФЧХ аналогового прототипа для моделей, построенных методами Тастина и расширенной билинейной аппроксимации. Аппроксимация ФЧХ методами левой и правой разностей происходит только до частоты резонанса.

Увеличение периода дискретизации до $\Delta t_2 = \frac{1}{6} T_{рез}$, согласно рис. 5, 6, приводит к «сглаживанию» АЧХ цифровых моделей, соответствующих методам левой и правой разностей, что ведет к искажению информации не только об амплитуде и частоте резонанса, но и о факте его наличия в эталонной модели в целом. Методы Тастина и расширенной билинейной аппроксимации сохраняют информацию о величине резонанса, однако искажают представление о местоположении резонанса на АЧХ, а также возрастает число фиктивных резонансов в высокочастотной области вследствие увеличения числа повторений АЧХ. Кроме того, снижение частоты дискретизации ведет к меньшему диапазону аппроксимации ФЧХ аналоговых прототипов цифровыми моделями (рис. 7). Для моделей на основе методов Тастина и расширенной билинейной аппроксимации характерно не только искажение ФЧХ в высокочастотной области, но и искажение информации о диапазоне изменения фазы сигнала на выходе фильтра.

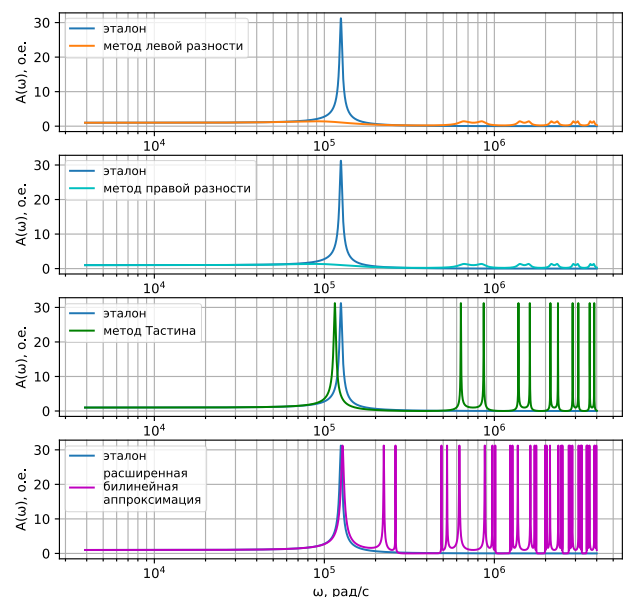


Рис. 5. АЧХ RLC фильтра нижних частот при $\Delta t_2=8.4$ мкс
Fig. 5. AFC of the RLC low-pass filter at $\Delta t_2=8.4$ microsecond

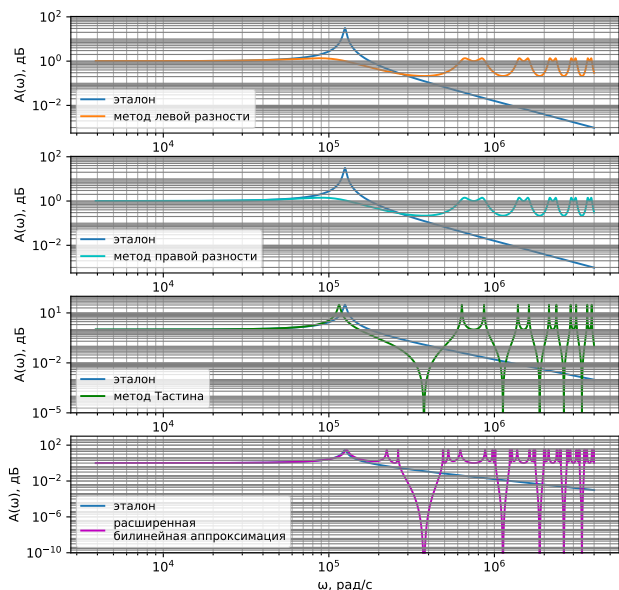


Рис. 6. ЛАЧХ RLC фильтра нижних частот при $\Delta t_2=8.4$ мкс
Fig. 6. Logarithmic AFC of the RLC low-pass filter at $\Delta t_2=8.4$ microsecond

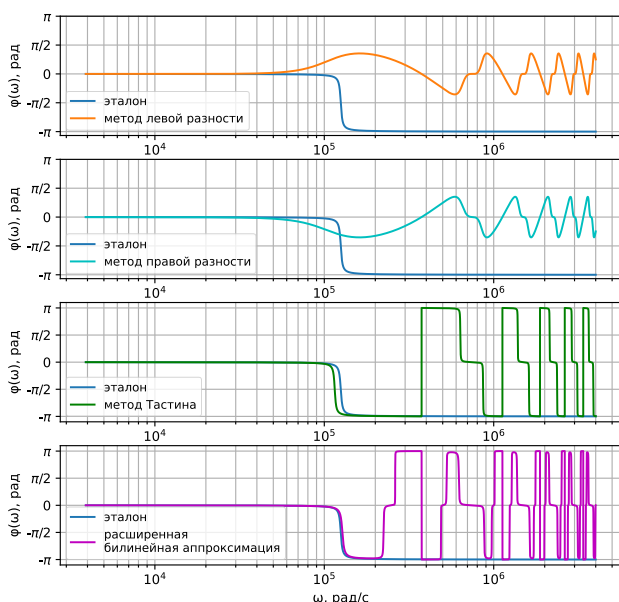


Рис. 7. ФЧХ RLC фильтра нижних частот при $\Delta t_2=8.4$ мкс
Fig. 7. PFC of the RLC low-pass filter at $\Delta t_2=8.4$ microsecond

Применение распространенных в практике значений периода дискретизации приводит к большому «сглаживанию» АЧХ цифровых моделей для методов левой и правой разностей вплоть до вырождения в прямую. Цифровые модели для методов Тастина и расширенной билинейной аппроксимации демонстрируют появление более одной кривой резонанса на АЧХ в диапазоне частот до эталонной резонансной частоты. ФЧХ моделей для данных методов характеризуется появлением фиктивных инверсий фа-

зы сигнала как в области высоких частот, так и в диапазоне до резонансной частоты.

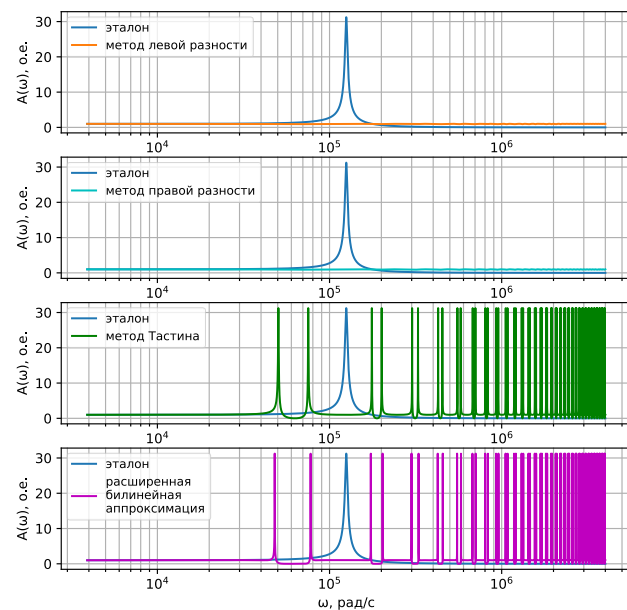


Рис. 8. АЧХ RLC фильтра нижних частот при $\Delta t_3=50$ мкс
Fig. 8. AFC of the RLC low-pass filter at $\Delta t_3=50$ microsecond

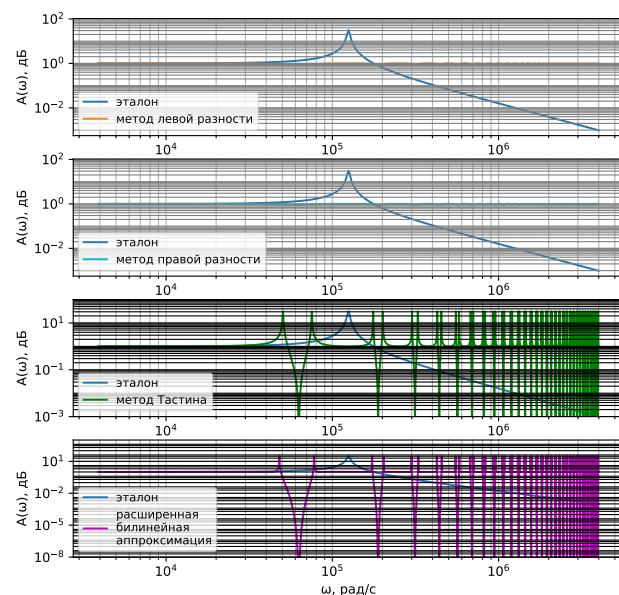


Рис. 9. ЛАЧХ RLC фильтра нижних частот при $\Delta t_3=50$ мкс
Fig. 9. Logarithmic AFC of the RLC low-pass filter at $\Delta t_3=50$ microsecond

Для оценки границ применимости рассмотренных методов построения цифровых моделей выполним расчет интегральной погрешности σ невязки аппроксимации АЧХ для каждого из методов относительно эталонной АЧХ аналогового прототипа методом трапеций:

$$\sigma = \frac{\int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} |A_{\text{эт}}(\omega) - A_{\text{дискр}}(\omega)| dt}{\int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} (A_{\text{эт}}(\omega)) dt} \cdot 100\% \approx$$

$$\approx \sum_{i=1}^n \frac{(\omega_i - \omega_{i-1}) \left| \frac{\Delta A(\omega_i) - \Delta A(\omega_{i-1})}{2} \right|}{(\omega_i - \omega_{i-1}) \frac{A_{\text{эт}}(\omega_i) + A_{\text{эт}}(\omega_{i-1})}{2}} \cdot 100\%,$$

$$\Delta A(\omega_i) = (A_{\text{эт}}(\omega_i) - A_{\text{дискр}}(\omega_i)),$$

где n – порядковый номер наибольшей частоты окна просмотра ω_{\max} ; $i = 1, 2, \dots, n$; $A_{\text{эт}}(\omega)$ – эталонная АЧХ аналогового прототипа; $A_{\text{дискр}}(\omega)$ – АЧХ цифровой модели ФНЧ.

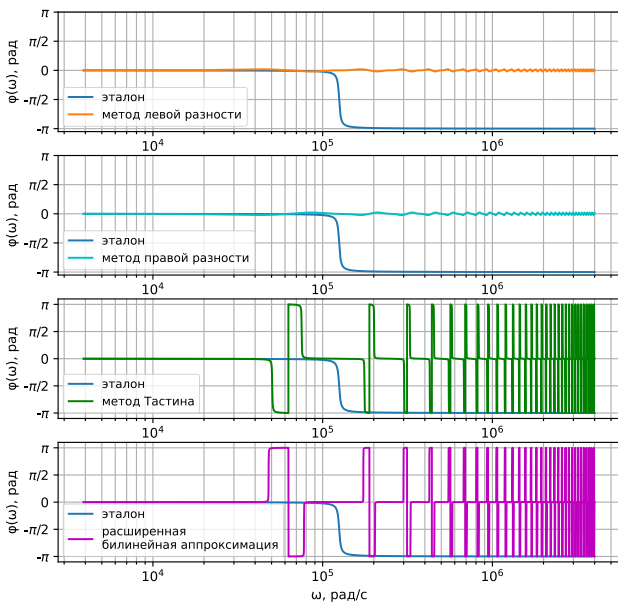


Рис. 10. ФЧХ RLC фильтра нижних частот при $\Delta t_3=50$ мкс
Fig. 10. PFC of the RLC low-pass filter at $\Delta t_3=50$ microsecond

Таблица. Интегральная погрешность аппроксимации АЧХ вариантов построения цифровой модели RLC фильтра нижних частот, %

Table. Approximation integral error of the frequency response for options of constructing a digital model of an RLC low-pass filter, %

| Δt , мкс | Окно просмотра, рад/с View window, rad/s | Метод левой разности Left difference method | Метод правой разности Right difference method | Метод Тустина Tustin method | Метод расширенной билинейной аппроксимации Method of extended bilinear approximation |
|---|---|--|--|--------------------------------|---|
| $\Delta t_1 = \frac{1}{16} T_{\text{рез}} = 3,14$ | $[\omega_{\min}; \omega_{\max}]$ | 212,7 | 206,4 | 296,2 | 400,5 |
| | $[\omega_{\min}; 0,5\omega_{\max}]$ | 100 | 100,8 | 110,7 | 152,7 |
| | $[\omega_{\min}; 0,25\omega_{\max}]$ | 45,9 | 48,8 | 17,5 | 28,1 |
| $\Delta t_2 = \frac{1}{6} T_{\text{рез}} = 8,4$ | $[\omega_{\min}; \omega_{\max}]$ | 416,4 | 405,7 | 806,8 | 1444,1 |
| | $[\omega_{\min}; 0,5\omega_{\max}]$ | 206,9 | 203 | 361,6 | 630,5 |
| | $[\omega_{\min}; 0,25\omega_{\max}]$ | 126,8 | 125,5 | 213,3 | 341 |
| $\Delta t_3=50$ | $[\omega_{\min}; \omega_{\max}]$ | 593,1 | 588 | 941,1 | 598,9 |
| | $[\omega_{\min}; 0,5\omega_{\max}]$ | 308,2 | 305,8 | 483,8 | 317,7 |
| | $[\omega_{\min}; 0,25\omega_{\max}]$ | 166,8 | 165,8 | 256,2 | 178,1 |

Диапазон частот повторения АЧХ цифровых моделей зависит от периода дискретизации. Следовательно, оценку интегральной погрешности выполним для всех выбранных периодов дискретизации. Диапазон интегрирования выберем от нижней границы окна просмотра до верхней границы и в ее окрестности.

Результаты расчета сведены в таблицу.

Анализ полученных результатов из таблицы показывает, что при уменьшении периода дискретизации и окна просмотра (диапазона интегрирования) интегральная ошибка снижается.

Обсуждение результатов

Более высокая интегральная погрешность методов Тустина и расширенной билинейной аппроксимации в сравнении с методами левой и правой разностей является следствием «размножения» резонансных кривых в области высоких частот. Снижение частоты дискретизации ведет к увеличению повторений АЧХ цифровых моделей, а значит, к большему накоплению погрешности аппроксимации эталонной АЧХ в области высоких и средних частот. В свою очередь, интегральная погрешность аппроксимации АЧХ методами левой и правой разностей обусловлена только отсутствием аппроксимации резонансной характеристики эталонной модели. При уменьшении окна просмотра интегральная погрешность методов Тустина и расширенной билинейной аппроксимации стремится к значениям погрешности для методов правой и левой разностей.

Для принятых параметров схемы замещения кабельной линии как RLC-фильтра низких частот при периоде дискретизации $\Delta t_1 = \frac{1}{16} T_{\text{рез}} = 3,14$ мкс рекомендованная верхняя граница применимости методов левой и правой разностей составляет порядка 10^5 рад/с ($0,8\omega_{\text{рез}}$), для метода Тустина – $1,5 \cdot 10^6$ ($12\omega_{\text{рез}}$), расширенной билинейной аппроксимации – $6 \cdot 10^5$ рад/с ($4,8\omega_{\text{рез}}$).

При $\Delta t_2 = \frac{1}{6} T_{\text{рез}} = 8,4$ мкс рекомендованная верх-

няя граница применимости для методов левой и правой разности также составляет порядка 10^5 рад/с ($0,8\omega_{\text{рез}}$), для метода Тастина – $5 \cdot 10^5$ рад/с ($4\omega_{\text{рез}}$), расширенной билинейной аппроксимации – $2 \cdot 10^5$ рад/с ($1,6\omega_{\text{рез}}$). Для периода дискретизации $\Delta t_3 = 50$ мкс рекомендованная верхняя граница применимости для методов левой и правой разности для каждого метода $4,5 \cdot 10^4$ рад/с ($0,36\omega_{\text{рез}}$).

Необходимо отметить, что рекомендованные границы применимости методов выбирались из соображения ограничения интегральной погрешности в пределах 20 %. Выбор рабочего диапазона частот зависит от конкретной задачи, а также спектрального состава сигналов в динамической системе. Тем не менее увеличение периода дискретизации и рабочей области частот будет приводить к росту интегральной погрешности аппроксимации АЧХ и искажению реального сигнала в частотной области.

Заключение

Анализ частотных характеристик вариантов построения цифровых моделей показывает, что реальный диапазон применимости методов в пространстве частот ограничен точностью аппроксимации амплитудно-фазовой характеристики аналогового прототипа. На основе сравнительного анализа основным методом построения цифровых моделей для большинства инженерных задач может быть рекомендован метод Тастина, демонстрирующий большую точность аппроксимации частотных характеристик в области низких и средних частот.

Тем не менее вывод о высокой точности аппроксимации методов построения цифровых моделей в низкочастотной области справедлив только при допущении о стационарности динамической системы. Появление признаков нестационарности, зашумленности в измерительных каналах будет приводить к расхождению в интегральном смысле

между дискретными моделями и их аналоговыми прототипами. Если моделируемые динамические системы стационарны и нет повышенных требований к точности модели, применение дискретных моделей обоснованно для данных допущений.

В случаях, если динамическая система проявляет признаки нестационарности [18], в измерительных каналах наблюдаются отклонения, связанные с инерционностью и шумовыми процессами, представляющими собой аддитивную смесь белого шума и импульсных помех [19], предъявляются особые требования к построению регуляторов (например, прогнозные системы управления, наличие адаптивных алгоритмов, повышенные требования по ресурсосбережению и энергоэффективности [20]), авторы рекомендуют обратить внимание на аналитические модели [21–24]. Дополнительной возможностью частично преодолеть проблемы, связанные с нестационарностью динамических объектов при использовании дискретных моделей, является применение как классических фильтров Калмана, так и их модификаций (например, расширенный фильтр Калмана [25, 26]).

Получение информации с реальной динамической системы в дискретном виде не означает, что модель динамической системы также обязательно должна быть дискретной. Аналитические модели являются более гибким средством исследования динамических систем, позволяющим применять математический аппарат, недоступный при использовании дискретных моделей [25]. Так, например, для компенсации искажения информации о реальных значениях области частот, соответствующих резонансной характеристике, можно использовать априорную информацию о параметрах *RLC*-фильтра низких частот как компонента электротехнических комплексов. Данное обстоятельство также указывает на необходимость использования аналитических методов и моделей для анализа динамических процессов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Копырин В.А., Попов Е.И. Концепция управления электроприводами на основе искусственных нейронных сетей и цифровых двойников // Энергосбережение и инновационные технологии в топливно-энергетическом комплексе: материалы Национальной с международным участием научно-практической конференции студентов, аспирантов, учёных и специалистов. – Тюмень, 20–22 декабря 2023. – Тюмень: Тюменский индустриальный университет, 2023. – С. 309–312. EDN YNMRZW.
2. Применение технологии цифровых двойников при разработке тяговых асинхронных электродвигателей / А.В. Захаров, А.М. Зайцев, А.С. Кобелев, Л.Н. Макаров, Д.Ю. Розанов // Электротехника. – 2022. – № 4. – С. 26–33. DOI: 10.53891/00135860_2022_4_26
3. Цифровой двойник погрузочного электродвигателя на основе методов планирования эксперимента / В.З. Ковалев, Э.И. Хусаинов, Е.С. Балыклов, О.В. Архипова, Р.Н. Хамитов, А.С. Глазырин // Электротехнические и информационные комплексы и системы. – 2022. – Т. 18. – № 2. – С. 32–44. DOI: 10.17122/1999-5458-2022-18-2-32-44
4. Adomou A.A., Chakib A. Energy efficiency model-based digital shadow for Induction motors: Towards the implementation of a Digital Twin // Engineering Science and Technology, an International Journal. – 2023. – Vol. 44. – 101469. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jestch.2023.101469>
5. ГОСТ Р 57700.37-2021. Компьютерные модели и моделирование. Цифровые двойники изделий. Общие положения: национальный стандарт Российской Федерации: издание официальное: дата введения 2022-01-01. – М.: Стандартинформ, 2021. – 15 с.

6. Hybrid modeling-based digital twin for performance optimization with flexible operation in the direct air-cooling power unit / Guanxia Zhao, Zhipeng Cui, Jing Xu, Wenhao Liu, Suxia Ma // *Energy*. – 2022. – Vol. 254. – Part C. – 124492. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2022.124492>
7. Vered Y., Elliott S.J. The use of digital twins to remotely update feedback controllers for the motion control of nonlinear dynamic systems // *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2023. – Vol. 185. – 109770. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2022.109770>
8. Зюзев А.М., Текле С.И. Динамические симуляторы в задачах диагностики штанговых глубинно-насосных установок // *Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов*. – 2022. – Т. 333. – № 1. – С. 168–177. DOI: [10.18799/24131830/2022/1/3285](https://doi.org/10.18799/24131830/2022/1/3285)
9. Korzonek M., Tarchala G., Orłowska-Kowalska T. A review on MRAS-type speed estimators for reliable and efficient induction motor drives // *ISA Transactions*. – 2019. – Vol. 93. – P. 1–13. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2019.03.022>
10. Khlaief A. Boussak M., Chaari A. A MRAS-based stator resistance and speed estimation for sensorless vector controlled IPMSM drive // *Electric Power Systems Research*. – 2014. – Vol. 108. – P. 1–15. DOI: [10.1016/j.epsr.2013.09.018](https://doi.org/10.1016/j.epsr.2013.09.018)
11. Dynamically updated digital twin for prognostics and health management: application in permanent magnet synchronous motor / H. Guo, S. Wang, J. Shi, T. Ma, G. Guglieri, R. Jia, F. Lizzio // *Chinese Journal of Aeronautics*. – 2023. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cja.2023.12.031>
12. Optimal sensor placement for permanent magnet synchronous motor condition monitoring using a digital twin-assisted fault diagnosis approach / S. Kohtz, J. Zhao, A. Renteria, A. Lalwani, Ya. Xu, X. Zhang, K.S. Haran, D. Senesky, P. Wang // *Reliability Engineering & System Safety*. – 2024. – Vol. 242. – Article number 109714. DOI: [10.1016/j.res.2023.109714](https://doi.org/10.1016/j.res.2023.109714)
13. Белодедов М.В. Методы проектирования цифровых фильтров. – Волгоград: Изд-во Волгоградского государственного университета, 2005. – 64 с.
14. Котельников В.А. О пропускной способности «эфира» и проволоки в электросвязи // *Успехи физических наук*. – 2006. – Т. 176. – № 7. – С. 762–770. DOI: [10.3367/UFNr.0176.200607h.0762](https://doi.org/10.3367/UFNr.0176.200607h.0762)
15. Определение погонных электротехнических параметров нефтепогружного кабеля / А.С. Глазырин, Ю.Н. Исаев, С.Н. Кладиев, А.П. Леонов, И.В. Раков, С.В. Колесников, С.В. Ланграф, А.А. Филипас, В.А. Копырин, Р.Н. Хамитов, В.З. Ковалев, А.В. Лавринович // *Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов*. – 2021. – Т. 332. – № 6. – С. 186–197. DOI: <https://doi.org/10.18799/24131830/2021/6/3249>
16. Столярова А.А., Михальченко С.Г., Апасов В.И. Математическая модель резонансного LLC-преобразователя // *Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники*. – 2020. – Т. 23. – № 3. – С. 86–91. DOI: [10.21293/1818-0442-2020-23-3-86-91](https://doi.org/10.21293/1818-0442-2020-23-3-86-91)
17. Мелешин В.И., Овчинников Д.А. Управление транзисторными преобразователями электроэнергии. – М.: Техносфера, 2011. – 576 с.
18. Встраиваемые высокопроизводительные цифровые системы управления. Практический курс разработки и отладки программного обеспечения сигнальных микроконтроллеров TMS320x28xxx в интегрированной среде Code Composer Studio / А.С. Ануцин, Д.И. Аляшкин, А.В. Дроздов и др. / под общ. ред. В.Ф. Козаченко. – М.: ИД МЭИ, 2010. – 270 с.
19. Глазырин А.С. Способы и алгоритмы эффективной оценки переменных состояния и параметров асинхронных двигателей регулируемых электроприводов: дис. ... д-ра техн. наук. – Томск, 2016. – 376 с.
20. Козлова Л.Е. Разработка нейросетевого наблюдателя угловой скорости ротора в электроприводе по схеме ТРН-АД: дис. ... канд. техн. наук. – Томск, 2016. – 144 с.
21. Поляков Н.А. Анализ и синтез активных выпрямителей напряжения в системах управления энергоэффективными электроприводами: дис. ... канд. техн. наук. – СПб, 2015. – 192 с.
22. Аналитическая модель динамической системы «длинный кабель – погружной асинхронный двигатель с заторможенным ротором» в полярной системе координат / А.С. Глазырин, И.А. Набунский, С.С. Попов, Е.В. Боловин, В.В. Тимошкин, С.Н. Кладиев, А.А. Филипас, Р.Н. Хамитов, В.А. Копырин, Е.И. Попов, В.З. Ковалев // *Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов*. – 2023. – Т. 334. – № 12. – С. 220–233. DOI: <https://doi.org/10.18799/24131830/2023/12/4519>
23. Аналитическая модель динамической системы «широко импульсный преобразователь - двигатель постоянного тока с независимым возбуждением» / А.С. Глазырин, Е.И. Попов, В.А. Копырин, С.Н. Кладиев // *Известия Томского политехнического университета. Промышленная кибернетика*. – 2023. – Т. 1. – № 4. – С. 34–45. DOI: <https://doi.org/10.18799/29495407/2023/4/41>
24. Бутырин П.А., Алпатов М.Е. Цифровизация и аналитика в электротехнике. Цифровые двойники трансформаторов // *Электричество*. – 2021. – № 10. – С. 4–10. DOI: <https://doi.org/10.24160/0013-5380-2021-10-4-10>
25. Синицын И.Н. Фильтры Калмана и Пугачева. – М.: Университетская книга, Логос, 2006. – 640 с.
26. Aksoy S., Kizmaz H., Muhurcu A. State and parameter estimation in induction motor using the Extended Kalman Filtering algorithm // *Modern Electric Power Systems*. – 2010. – P. 1–13.
27. Драница Ю.П., Драница А.Ю., Алексеевская О.В. О связи непрерывной и дискретной моделей для линейных динамических систем // *Дифференциальные уравнения и процессы управления*. – 2010. – № 3. – С. 20–57.

Информация об авторах

Александр Савельевич Глазырин, доктор технических наук, профессор отделения электроэнергетики и электротехники Инженерной школы энергетики Национального исследовательского Томского политехнического университета, Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30; профессор Политехнической школы Югорского государственного университета, Россия, 628012, г. Ханты-Мансийск, ул. Чехова, 16; asglazyrin@tpu.ru

Евгений Игоревич Попов, ассистент кафедры электроэнергетики Тюменского индустриального университета, Россия, 625000, г. Тюмень, ул. Володарского, 38; <https://orcid.org/0000-0003-2088-4280>, porovei72@mail.ru

Семен Семенович Попов, аспирант отделения электроэнергетики и электротехники Инженерной школы энергетики Национального исследовательского Томского политехнического университета, Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30; инженер-программист ООО «НПФ Мехатроника-Про», Россия, 634513, г. Томск, пр. Фрунзе, 119е; <https://orcid.org/0009-0004-4139-8032> ssm@tpu.ru; ssp14@tpu.ru

Владимир Анатольевич Копырин, кандидат технических наук, доцент кафедры электроэнергетики Тюменского индустриального университета, Россия, 625000, г. Тюмень, ул. Володарского, 38; <https://orcid.org/0000-0002-7515-4018>; kopyrinva@gmail.com

Сергей Николаевич Кладиев, кандидат технических наук, доцент отделения электроэнергетики и электротехники Инженерной школы энергетики Национального исследовательского Томского политехнического университета, Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30; <https://orcid.org/0000-0001-9432-0176>; kladiev@tpu.ru

Андрей Петрович Леонов, кандидат технических наук, доцент отделения электроэнергетики и электротехники Инженерной школы энергетики Национального исследовательского Томского политехнического университета, Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30; <https://orcid.org/0000-0001-6645-3879>; leonov_ar@tpu.ru

Наталья Алексеевна Воронина, кандидат технических наук, доцент отделения электроэнергетики и электротехники Инженерной школы энергетики Национального исследовательского Томского политехнического университета, Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30; <https://orcid.org/0000-0002-4512-6868>; voronina@tpu.ru

Владимир Захарович Ковалев, доктор технических наук, профессор Политехнической школы Югорского государственного университета, Россия, 628012, г. Ханты-Мансийск, ул. Чехова, 16; профессор отделения автоматизации и робототехники Инженерной школы информационных технологий и робототехники Национального исследовательского Томского политехнического университета, Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30; <https://orcid.org/0000-0002-4512-6868>; vz_kovalev@mail.ru

Поступила в редакцию: 10.07.2024

Поступила после рецензирования: 04.09.2024

Принята к публикации: 30.09.2024

REFERENCES

1. Kopyrin V.A., Popov E.I. The concept of controlling electric drives based on artificial neural networks and digital twins. *Energy saving and innovative technologies in the fuel and energy complex. Materials of the National scientific and practical conference of students, graduate students, scientists and specialists with international participation*. Tyumen, Tyumen Industrial University, 2023. pp. 309–312. EDN YNMRZW. (In Russ.)
2. Zakharov A.V., Zaitsev A.M., Kobelev A.S., Rozanov D.Y., Makarov L.N. Application of digital-twin technology in developing traction induction motors. *Russian Electrical Engineering*, 2022, vol. 93, no. 4, pp. 235–241.
3. Kovalev V.Z., Khusainov E.I., Balykov E.S., Arhipova O.V., Khamitov R.N., Glazyrin A.S. Digital twin of a submersible electric motor based on design of experiments methods. *Electrical and data processing facilities and systems*, 2022, vol. 18, no. 2, pp. 23–44. (In Russ.) DOI: 10.17122/1999-5458-2022-18-2-32-44.
4. Adomou A.A., Chakib A. Energy efficiency model-based digital shadow for Induction motors: Towards the implementation of a Digital Twin. *Engineering Science and Technology, an International Journal*, 2023, vol. 44, 101469. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jestch.2023.101469>
5. SS RF 57700.37-2021. *Computer models and simulation. Digital twins of products. General provisions*. Moscow, Standartinform Publ., 2022. 11 p. (In Russ.)
6. Guanxia Zhao, Zhipeng Cui, Jing Xu, Wenhao Liu, Suxia Ma. Hybrid modeling-based digital twin for performance optimization with flexible operation in the direct air-cooling power unit. *Energy*, 2022, vol. 254, P. C, 124492. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2022.124492>
7. Vered Y., Elliott S.J. The use of digital twins to remotely update feedback controllers for the motion control of nonlinear dynamic systems. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2023, vol. 185, 109770. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2022.109770>
8. Ziuzev A.M., Teclé S.I. Sucker rod pumping system: challenges to develop diagnostic system and role of dynamic simulator. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering*, 2022, vol. 333, no. 1, pp. 168–177. (In Russ.) DOI: <https://doi.org/10.18799/24131830/2022/1/3285>.
9. Korzonek M., Tarchala G., Orłowska-Kowalska T. A review on MRAS-type speed estimators for reliable and efficient induction motor drives. *ISA Transactions*, 2019, vol. 93, pp. 1–13. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2019.03.022>
10. Khlaief A., Boussak M., Chaari A. A MRAS-based stator resistance and speed estimation for sensorless vector controlled IPMSM drive. *Electric Power Systems Research*, 2014, vol. 108, pp. 1–15. DOI: 10.1016/j.epr.2013.09.018
11. Guo H., Wang S., Shi J., Ma T., Guglieri G., JIA R., Lizzio F. Dynamically updated digital twin for prognostics and health management: application in permanent magnet synchronous motor. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2023. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cja.2023.12.031>.

12. Kohtz S., Zhao J., Renteria A., Lalwani A., Xu Ya., Zhang X., Haran K.S., Senesky D., Wang P. Optimal sensor placement for permanent magnet synchronous motor condition monitoring using a digital twin-assisted fault diagnosis approach. *Reliability Engineering & System Safety*, 2024, vol. 242, Article number 109714. DOI: 10.1016/j.res.2023.109714
13. Belodedov M.V. *Methods for designing digital filters*. Volgograd, Volgograd State University Publ. House, 2005. 64 p. (In Russ.)
14. Kotelnikov V.A. On the transmission capacity of 'ether' and wire in electric communications. *Phys. Usp.*, 2006, vol. 49, pp. 736–744. DOI: 10.1070/PU2006v049n07ABEH006160.G
15. Glazyrin A.S., Isaev Yu.N., Kladiev S.N., Leonov A.P., Rakov I.V., Kolesnikov S.V., Langraf S.V., Filipas A.A., Kopyrin V.A., Khamitov R.N., Kovalev V.Z., Lavrinovich A.V. Determination of running electrical characteristics of oil submersible cable. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering*, 2021, vol. 332, no. 6, pp.186–197. (In Russ.) DOI: <https://doi.org/10.18799/24131830/2021/6/3249>
16. Stolyarova A.A., Mikhalechenko S.G., Apasov V.I. Mathematical model of the LLC resonant converter. *Proceedings of TUSUR University*, 2020, vol. 23, no. 3, pp. 86–91. (In Russ.) DOI: 10.21293/1818-0442-2020-23-3-86-91.
17. Meleshin V.I., Ovchinnikov D.A. *Control of transistor electricity converters*. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2011. 576 p. (In Russ.)
18. Anuchin A.S., Alyamkin D.I., Drozdov A.V. *Embedded high-performance digital control systems. Practical course in developing and debugging software for TMS320x28xxx signal microcontrollers in the integrated environment Code Composer Studio*. Ed. by V.F. Kozachenko. Moscow, MPEI Publ. House, 2010. 270 p. (In Russ.)
19. Glazyrin A.S. *Methods and algorithms for effectively estimating state variables and parameters of asynchronous motors of adjustable electric drives*. Dr. Diss. Tomsk, 2016. 376 p. (In Russ.)
20. Kozlova L.E. *Development of the neural network observer of the angular velocity of the rotor in the electric drive according to the thyristor voltage regulator-asynchronous motor scheme*. Cand. Diss. Tomsk, 2016. 144 p. (In Russ.)
21. Polyakov N.P. *Analysis and synthesis of active voltage rectifiers in control systems for energy-efficient electric drives*. Cand. Diss. St. Petersburg, 2015. 192 p. (In Russ.)
22. Glazyrin A.S., Nabunskiy I.A., Popov S.S., Bolovin E.V., Timoshkin V.V., Kladiev S.N., Filipas A.A., Khamitov R.N., Kopyrin V.A., Popov E.I., Kovalev V.Z. Analytical model of a dynamic system «long cable – submersible induction motor with fixed rotor» in polar coordinate system. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering*, 2023, vol. 334, no. 12, pp. 220–233. (In Russ.) DOI: <https://doi.org/10.18799/24131830/2023/12/4519>
23. Glazyrin A.S., Popov E.I., Kopyrin V.A., Kladiev S.N. Analytical model of a dynamic system «pulse-width converter–DC motor with independent excitation». *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Industrial Cybernetics*, 2023, vol. 1, no. 4, pp. 34–45. (In Russ.) DOI: <https://doi.org/10.18799/24131830/2023/12/4519>
24. Butyrin P.A., Alpatov M.E. Digitalization and analytics in electrical engineering. Digital twins of transformers. *Electrichestvo*, 2021, no. 10, pp. 4–10. (In Russ.) DOI: <https://doi.org/10.24160/0013-5380-2021-10-4-10>.
25. Sinitsyn I.N. *Kalman and Pugachev filters*. Moscow, University Book, Logos Publ., 2006. 640 p. (In Russ.)
26. Aksoy S., Kizmaz H., Muhurcu A. State and parameter estimation in induction motor using the Extended Kalman Filtering algorithm. *Modern Electric Power Systems*, 2010, pp. 1–13.
27. Dranitsa Y.P., Dranitsa A.Y., Alekseevskaya O.V. On a connection between continuous and discrete models of linear dynamical systems. *Differential Equations and Control Processes*, 2010, no. 3, pp. 20–57. (In Russ.)

Information about the authors

Alexander S. Glazyrin, Dr. Sc., Professor, National Research Tomsk Polytechnic University, 30, Lenin avenue, Tomsk, 634050, Russian Federation; Professor, Yugra State University, 16, Chekhov street, Khanty-Mansiysk, 628012, Russian Federation; asglazyrin@tpu.ru

Evgeniy I. Popov, Assistant, Industrial University of Tyumen, 38, Volodarsky street, Tyumen, 625000, Russian Federation; <https://orcid.org/0000-0003-2088-4280>; popovei72@mail.ru

Semen S. Popov, Postgraduate Student, National Research Tomsk Polytechnic University, 30, Lenin avenue, Tomsk, 634050, Russian Federation; Software Engineer «NPF Mechatronica-Pro» LTD, 119e, Frunze avenue, Tomsk, 634513, Russian Federation; <https://orcid.org/0009-0004-4139-8032>; ssp14@tpu.ru

Vladimir A. Kopyrin, Cand. Sc., Associate Professor, Industrial University of Tyumen, 38, Volodarsky street, Tyumen, 625000, Russian Federation; <https://orcid.org/0000-0002-7515-4018>; kopyrinva@gmail.com

Sergey N. Kladiev, Cand. Sc., Associate Professor, National Research Tomsk Polytechnic University, 30, Lenin avenue, Tomsk, 634050, Russian Federation; <https://orcid.org/0000-0001-9432-0176>; kladiev@tpu.ru

Andrey P. Leonov, Cand. Sc., Associate Professor, National Research Tomsk Polytechnic University, 30, Lenin avenue, Tomsk, 634050, Russian Federation; <https://orcid.org/0000-0001-6645-3879>; leonov_ap@tpu.ru

Nataliya A. Voronina, Cand. Sc., Associate Professor, National Research Tomsk Polytechnic University, 30, Lenin avenue, Tomsk, 634050, Russian Federation; <https://orcid.org/0000-0002-4512-6868>; voronina@tpu.ru

Vladimir Z. Kovalev, Dr. Sc., Professor, Yugra State University, 16, Chekhov street, Khanty-Mansiysk, 628012, Russian Federation; Professor, National Research Tomsk Polytechnic University, 30, Lenin avenue, Tomsk, 634050, Russian Federation; <https://orcid.org/0000-0002-4512-6868>; vz_kovalev@mail.ru

Received: 10.07.2024

Revised: 04.09.2024

Accepted: 30.09.2024